

Anna Wójtowicz

O problemie eliminowalności

Artykuł poświęcony jest problemowi eliminowalności pewnej klasy wyrażeń z teorii naukowych. Jego celem jest uściślenie pojęcia „eliminowalności” i wykazanie, że w rozwiązanie problemu eliminowalności uwikłane są w sposób istotny założenia dotyczące struktury i własności pragmatycznych badanych teorii. Artykuł składa się z pięciu części. W części I podane zostaną przykłady najbardziej typowych problemów eliminacji. Następnie — w części II i III przedstawiona zostanie propozycja pewnego uściślenia znaczenia terminu „eliminowalność”. W części IV podane zostaną możliwe rozwiązania problemu eliminowalności i omówione będą ich wady i zalety. Część V zawiera wnioski i wskazuje kierunek dalszej analizy tego problemu.

I. Wstęp

W literaturze filozoficznej można spotkać wiele interesujących problemów, które bądź po prostu sformułowane są jako problemy dotyczące eliminacji danej klasy wyrażeń z języka pewnej teorii¹, bądź do takich problemów dają się łatwo sprowadzić.

Dlaczego rozważa się problem eliminacji? Możliwość eliminacji określonego typu wyrażeń z danej teorii ma sugerować, że ich wystąpienie w języku tej teorii nie jest istotne z filozoficznego punktu widzenia. Za takim przekonaniem wydają się kryć następujące założenia:

(1) jeżeli w danej teorii występuje pewne wyrażenie, to teoria zobowiązuje się ontologicznie do uznania istnienia przedmiotów (czy procedur²) denotowanych

¹ Teorię rozumie się tu zdaniowo — jako zbiór zdań domkniętych na zdefiniowaną w danej logice operację konsekwencji.

² Zwykle mówiąc o eliminowaniu ma się na myśli eliminowanie terminów — a więc liter predykatowych albo symboli funkcyjnych. Można jednak traktować to pojęcie ogólniej i mówić o eliminowaniu wyrażeń o dowolnej kategorii syntaktycznej — np. formuł poprzedzonych określonym prefiksem. Stąd mowa nie tylko o konieczności uznania istnienia przedmiotów denotowanych przez wyrażenia nazwowe, ale też o konieczności zaakceptowania procedur, które są np. warunkiem weryfikowalności danego wyrażenia.

przez to wyrażenie. Wiąże się to z kryterium istnienia Quine'a i argumentem z niezbędności Quine'a-Putnama.

(2) eliminowalność z teorii danego wyrażenia wskazuje na to, że jest ono co najwyżej wygodnym skrótem dla kombinacji innych wyrażań lub bez szkody dla interesujących nas własności da się z teorii usunąć. Teoria powstała z teorii wyjściowej przez odpowiednie wyeliminowanie danego wyrażenia (i równoważna z teorią wyjściową w pod względem innych własności) nie ma „nieatrakcyjnych” zobowiązań ontologicznych.

Wśród problemów dotyczących eliminacji można wyróżnić dwie grupy. Do pierwszej z nich będą należeć te, w których dąży się do wyeliminowania z języka danej teorii określonych terminów pozalogicznych — liter predykatowych i symboli funkcyjnych. W drugiej grupie znajdują się problemy, w których celem jest wyeliminowanie z języka wyrażań o innej niż nazwowej charakterystyce syntaktycznej — będą to np. problemy związane z eliminacją formuł o określonym prefiksie czy strukturze logicznej. Eliminacja formuł tego rodzaju wiąże się nie tylko ze zmianą języka, w którym sformułowana jest dana teoria, ale również ze zmianą jej logiki.

A) Eliminowanie stałych pozalogicznych (liter predykatowych i symboli funkcyjnych).

Ogólnie problem ten ma następujące sformułowanie. Niech dany będzie język logiki pierwszego rzędu. Podzielmy terminy pozalogiczne tego języka na dwie rozłączne i dopełniające się klasy O i O' , wyróżnione w sposób efektywny (tzn. w stosunku do każdego wyrażenia pozalogicznego z tego języka istnieje efektywna procedura stwierdzająca, do której klasy to wyrażenie należy). Zastanawiamy się nad tym, czy z teorii sformułowanej w tym języku eliminowalne są wyrażenia z klasy O' . W literaturze filozoficznej można wskazać następujące „warianty” (uszczegółowienia czy konkretyzacje) tego problemu.

1) Rozważmy pewną teorię fizyczną T . Niech terminy z klasy O interpretowane będą jako odpowiadające własnościom obserwacyjnym, a terminy z klasy O' — własnościom teoretycznym. Powstaje pytanie, czy terminy teoretyczne są z teorii T eliminowalne w taki sposób, aby nowo powstała teoria zachowywała wszystkie konsekwencje obserwacyjne teorii wyjściowej. Problem ten był rozważany w szczególności przez empirystów logicznych i ich następców, por. np. [SKINNER], [HEMPEL].

2) Zgodnie ze stanowiskiem behawioryzmu jedynym przedmiotem badań psychologii mają być ludzkie zachowania (klasę O utożsamiamy tu z klasą terminów odnoszących się do ludzkich zachowań). W wersji skrajnej tego stanowiska wszystkie teorie psychologiczne powinny zawierać jedynie terminy interpretowalne w kategoriach zachowań. W wersji umiarkowanej behawioryzmu, w teoriach psychologicznych dopuszcza się stosowanie pewnych terminów teoretycznych (nie odnoszących się bezpośrednio do zachowań), ale traktuje się je czysto instrumentalnie, jako pojęcia systematyzujące wiedzę dotyczącą zachowań — a więc zawiesza się

w stosunku do nich kryterium istnienia Quine'a. Powstaje pytanie, czy wszystkie teorie psychologiczne dają się w ten sposób przeformułować.

3) W semantycznej wersji reizmu T. Kotarbińskiego dąży się do eliminacji z języka, w którym mają być formułowane teorie naukowe, wszystkich tzw. nazw pozornych, a więc nazw nie będących nazwami rzeczy (por. np. [KOTARBIŃSKI]). Klasa *O* jest tu klasą nazw pozornych i powstaje pytanie, czy faktycznie możliwe jest jej wyeliminowanie z języka.

4) Nominalizm (np. w filozofii matematyki) jest stanowiskiem ontologicznym, w myśl którego nie istnieją przedmioty abstrakcyjne, a jedynie nazwy tych przedmiotów w języku. Można więc skonstruować teorię nie zawierającą tego typu nazw, która jest równoważna — pod względem konsekwencji dotyczących przedmiotów konkretnych — teorii wyjściowej. Klasa *O* jest w tym wypadku klasą terminów denotujących przedmioty konkretne. Powstaje problem, czy rzeczywiście np. teorie matematyczne, które nie odwołują się do obiektów abstrakcyjnych mogą być równoważne teoriom „tradycyjnym”.

B) Eliminowanie wyrażen nie będących stałymi pozalogicznymi.

Ogólnie problem ten można sformułować w następujący sposób. Niech dany będzie język *J* logiki *L* i teoria *T* sformułowana w tym języku. W języku *J* wyróżniamy pewną klasę wyrażen *K*. Klasa ta generuje nam klasę FOR_K wszystkich formuł, które zawierają jakiekolwiek wyrażenia z klasy *K*. Dążymy do sformułowania teorii *S* — być może w logice *M* istotnie różnej od *L* — która nie będzie zawierała formuł z klasy FOR_K i pod pewnymi przynajmniej względami będzie równoważna teorii wyjściowej *T*.

Można wskazać następujące przykłady problemów tego rodzaju:

1) Rozważany m. in. przez J. Śłupeckiego i R. Suszke problem reifikacji sytuacji jest próbą udzielenia odpowiedzi na pytanie, która z dwóch kategorii semantycznych — kategoria zdarzeń czy kategoria sytuacji — jest kategorią pierwotną³. Jako jedną z możliwych odpowiedzi na to pytanie można traktować próbę przeformułowania logiki nefregowskiej pierwszego rzędu — zawierającej zmienne i stałe zdaniowe i kwantyfikatory wiążące te zmienne — na logikę nefregowską pierwszego rzędu bez takich zmiennych (por. np. [SUSZKO]). Klasa FOR_K jest tu definiowana przez zbiór zmiennych i stałych zdaniowych.

2) Jednym z elementów programu pozytywizmu logicznego (w pewnej jego fazie) jest założenie, że o sensowności zdań należących do teorii naukowych decyduje to, czy podlegają one procedurze weryfikacji lub falsyfikacji. Wynika stąd konieczność eliminacji z teorii naukowych zdań nie poddających się takiej procedurze, a więc — z punktu widzenia tego stanowiska — zdań bezsensownych. Ponieważ weryfikowalne lub falsyfikowalne są tylko zdania ściśle egzystencjalne i zdania ściśle ogól-

³ Tzn. taką kategorią, że jedynie obiekty tej kategorii składają się na uniwersum modelu języka.

ne⁴, więc klasa FOR_K jest w tym wypadku definiowana jako klasa zdań o prefiksach „mieszanych” np. typu $\forall\exists\ldots$ lub $\exists\forall\ldots$

3) Przy jednej z interpretacji, stanowisko intuicjonizmu w filozofii matematyki można traktować jako program, w którym dąży się do rekonstrukcji możliwie dużej części matematyki klasycznej, bez posługiwania się pewnego typu niekonstruktywnymi regułami wnioskowania — a więc w szczególności, bez stosowania w teorii formuł o schemacie $\alpha \vee \neg\alpha$. Klasa FOR_K jest tu generowana — dla danej teorii — przez wszystkie formuły, których udowodnienie na gruncie tej teorii zakłada posłużenie się niekonstruktywnymi — niedopuszczalnymi przez matematykę intuicjonistyczną — metodami.

4) Jednym z elementów programu Hilberta dotyczącego podstaw matematyki była próba rekonstrukcji matematyki (klasycznej) wyłącznie za pomocą metod finitystycznych, tzn. metod odwołujących się tylko do obiektów i procedur skończonych (por. np. [MURAWSKI]). Według Hilberta zdaniom o nieskończoności nie można bowiem przypisać określonego sensu i wartości logicznej. Obiekty i metody infinitystyczne mają w matematyce jedynie charakter pomocniczy i służą np. do budowy krótszych i elegantszych dowodów twierdzeń. Dają się one jednak — zdaniem Hilberta — z matematyki wyeliminować. Klasa FOR_K jest więc zdefiniowana — dla danej teorii — przez konsekwencje tej teorii uzyskane przy zastosowaniu metod finitystycznych⁵.

II. Dwa znaczenia pojęcia eliminowalności

Na podstawie powyższych przykładów można sformułować dwa schematy definicji terminu „eliminowalność”:

- (a) Klasa wyrażeń K jest eliminowalna z teorii T w logice L ze względu na kryterium C zawsze i tylko, gdy istnieje teoria S w logice M nie zawierająca wyrażeń z klasy K i spełniająca kryterium C (które ustala zależności między teorią T , logiką L i aksjomatyką teorii T , a teorią S , logiką M i aksjomatyką teorii S);
- (b) Klasa wyrażeń K jest eliminowalna z teorii T w logice L ze względu na kryterium C zawsze i tylko, gdy istnieje teoria S w logice M nie zawierająca wyrażeń z klasy K i przekład f każdej formuły zawierającej wyrażenie z klasy K , na formułę bez tego wyrażenia (a więc $f: FOR_T \rightarrow FOR_S$) taki, że $f(T) = S$ i przekład f spełnia kryterium C .

Definicja o schemacie (a) jest ogólniejsza niż o schemacie (b). Zauważmy, że przy znaczeniu (b) terminu „eliminowalność”, wyrażenie α ma w sposób jedno-

⁴ Zdania ściśle egzystencjalne i zdania ściśle ogólne są to odpowiednio zdania, w których wszystkie zmienne są związane wyłącznie kwantyfikatorami szczegółowymi lub kwantyfikatorami ogólnymi.

⁵ Za zwrócenie mi uwagi na ten przykład dziękuję Panu Profesorowi Jerzemu Perzanowskiemu.

znaczny przyporządkowany pewien przekład, który zastępuje je w dowolnym kontekście, natomiast w wypadku (a) — α może mieć w różnych kontekstach różne odpowiedniki albo może być po prostu usunięte z języka teorii T . Oczywiście, jeśli dany termin jest eliminowalny z teorii T w sensie (b), to jest też eliminowalny w sensie (a), ale nie koniecznie odwrotnie (relacja odwrotna zależy prawdopodobnie od tego, jak sformułowane jest kryterium C).

W dalszych rozważaniach, precyzując w różny sposób kryterium C, konstruujemy różne wersje ogólniejszej definicji (a).

III. Kryterium C

Cały problem dobrej definicji pojęcia „eliminowalności” sprowadza się do odpowiedniego sformułowania kryterium C. Kryterium to rozpada się na kilka warunków nakładanych na zależności między teorią S , logiką M i własnościami metodologicznymi teorii S (a szczególnie charakterystyką jej aksjomatyki), a logiką L , teorią T i własnościami metodologicznymi teorii T .

Warunek pierwszy wiąże zawartość teorii T i S i jest najsilniejszym możliwym warunkiem tego typu:

1) Teoria S i teoria T zawierają te same twierdzenia, w których nie występują wyrażenia z klasy K , tzn. $T - FOR_K = S$.

Warunek drugi nakłada ograniczenia na logikę M , w której ma być sformułowana teoria S . Ogólnie logika M musi być tak bliska logice L , jak tylko jest to możliwe. Chodzi o to, aby „brakujących” twierdzeń teorii S nie można było uzyskać korzystając np. z jakichś mocniejszych reguł wnioskowania obowiązujących w logice M . Warunek ten — aby można go było zastosować zarówno do problemów eliminowalności typu (A) jak i problemów eliminowalności typu (B) — musi być sformułowany w dwóch wersjach — druga wersja, słabsza, zakładająca możliwość zmiany logiki jest konieczna, aby z teorii dało się eliminować stałe logiczne.

2.1) Logika M jest identyczna z logiką L .

2.2) Logika M jest niemocniejsza niż logika L , tzn. muszą być spełnione następujące warunki:

(a) Każda reguła z M jest regułą nietwórczą w L^6 i każde twierdzenie z M jest twierdzeniem z L .

(b) Każda reguła z L , ograniczona do języka, w którym nie występują wyrażenia z klasy K , jest regułą nietwórczą w M i każde twierdzenie z L , w którym nie występują wyrażenia z K jest twierdzeniem M (por. [CRAIG 1956]).

Trzeci warunek wiąże strukturę formalną teorii T ze strukturą teorii S , a więc — *de facto* — w jakiś sposób wiąże ze sobą aksjomatyki tych teorii. Jego kolejne wersje są coraz silniejszymi kryteriami tego związku. Warunek (3.3) jest właści-

⁶ Tzn. jeśli do reguł obowiązujących w L dodamy regułę R , to nie uzyskamy żadnego nowego twierdzenia.

wie równoważny definicji (b) terminu „eliminowalność”, a trudność w jego precyzyjnym sformułowaniu polega na podaniu warunków, jakie musi spełniać funkcja przekładu f .

3.1) Jeśli teoria T jest aksjomatyzowalna, to i teoria S jest aksjomatyzowalna.

3.2) Jeśli zbiór aksjomatów teorii T jest rekurencyjny, to zbiór aksjomatów teorii S też jest rekurencyjny⁷.

3.3) Istnieje funkcja, która przyporządkowuje wszystkim aksjomatom teorii T aksjomaty teorii S w taki sposób, że zachodzi między nimi pewna relacja równoważności (logicznej równoważności, równoznaczności itp.) zdefiniowana w odpowiedniej metateorii.

O tym, jak istotny jest w warunku (3.3) wybór metateorii, w której dokonuje się rozstrzygnięcia, czy odpowiednie dwa aksjomaty pozostają do siebie w relacji „bycia wzajemnym przekładem”, może świadczyć prosty przykład:

Dana jest klasyczna logika zdań w wersji negacyjno-koniunkcyjno-alternatywnej: $\langle FOR, \neg, \wedge, \vee \rangle$. Powstaje pytanie, czy z tej logiki (czyli teorii, której aksjomatami są jedynie aksjomaty logiczne) eliminowalna jest klasa $K = \{\vee\}$. Klasa ta definiuje FOR_K jako zbiór tych wszystkich formuł klasycznego rachunku zdań (w wersji negacyjno-koniunkcyjnej-alternatywnej), w których występuje spójnik alternatywy. Odpowiedź na nie zależy od tego, jak zdefiniujemy relację, która powinna zachodzić między formułami typu $(\alpha \vee \beta)$ i formułami typu $\neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$, które zwykle traktuje się jako definicję spójnika alternatywy za pomocą spójników koniunkcji i negacji. Jeśli relacją tą ma być logiczna równoważność na gruncie logiki klasycznej, to oczywiście odpowiedź jest pozytywna: $[(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)]$ jest tezą logiki klasycznej. Jeśli natomiast między tymi formułami ma zachodzić identyczność zdefiniowana na gruncie logiki niefregeowskiej (w której prawdziwe są tylko identyczności trywialne, tzn. zachodzące między formułami równoważnymi), to spójnik „ $\vee$ ” nie jest eliminowalny z tej teorii, bo $[(\alpha \vee \beta) = \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)]$ nie jest tezą logiki niefregeowskiej.

IV. Metody eliminacji

W literaturze przedmiotu można znaleźć trzy metody eliminacji pewnej klasy wyrażeń z języka teorii naukowej. Pierwsze dwie z nich — metody Ramsey’a i Betha — dotyczą eliminowalności jedynie terminów (liter predykatowych i symboli funkcyjnych) z teorii sformułowanych w logice I rzędu, a więc pozwalają rozstrzygnąć co najwyżej problemy z grupy (A). Trzecią metodę — metodę Craiga — można zastosować do rozwiązywania problemów z obu grup. Ocenimy je ze względu na zaproponowane sformułowanie kryterium C.

⁷ Tzn. w stosunku do każdego zdania istnieje efektywna procedura stwierdzenia, czy jest on aksjomatem tej teorii, a więc aksjomaty teorii są w jakiś sposób wyróżnione spośród innych jej twierdzeń.

Metoda przedstawiona przez Ramseya w [RAMSEY] polega na tym, że zamiast posługiwać się pewnym terminem P należącym do klasy K , wprowadzamy zmienną X (przebiegającą zbiór własności) i wiążemy ją kwantyfikatorem egzystencjalnym. Innymi słowy formułę typu $\exists x P(x)$ zastępujemy formułą $\exists X \exists x X(x)$, w której faktycznie nie występuje litera P .

Taki zabieg zakłada jednak zmianę logiki — przejście do logiki drugiego rzędu (nie jest więc spełniona żadna z wersji warunku (2) kryterium C), co więcej, ze względu na kryterium Quine'a nowa teoria zobowiązuje się również do istnienia pewnych bytów abstrakcyjnych, a mianowicie własności.

Metoda odwołująca się do twierdzenia Betha wiąże się z pojęciami definiowalności *explicite* i *implicite*. Swobodnie można je scharakteryzować w następujący sposób:

Termin P jest definiowalny *explicite* w teorii T zawsze i tylko, gdy twierdzeniem teorii jest poprawna, równościowa definicja terminu P .

Termin P jest definiowalny *implicite* w teorii T zawsze i tylko, gdy denotacja terminu P jest w każdym modelu dla teorii T wyznaczona jednoznacznie (z dokładnością do izomorfizmu) przez denotację pozostałych terminów tej teorii.

Oczywiście jeśli termin P jest definiowalny *explicite* w teorii T , to jest z niej eliminowalny przy każdym z wymienionych uściśleń kryterium C — wystarczy każde wystąpienie tego terminu w teorii T zastąpić *definiensem* tej definicji. Termin P jest również eliminowalny z tej teorii przy rozumieniu terminu „eliminowalność” w sensie definicji (b). Wymaga to jednak dodatkowego założenia, że między *definiendum* i *definiensem* zachodzi relacja, która pozwala na ich wzajemną wymienialność we wszystkich kontekstach, z zachowaniem tej własności, która jest istotą przekładu f ⁸.

Twierdzenie Betha (które obowiązuje dla teorii sformułowanych w logice I rzędu) głosi, że jeśli termin jest definiowalny *implicite* w danej teorii, to istnieje (jakaś, choć twierdzenie to nie mówi, jaka) poprawna definicja równościowa tego terminu w tej teorii.

Zaletą tej metody — zgodnie z którą dany termin należy zastąpić *definiensem* jego poprawnej definicji równościowej — jest niewątpliwie to, że po jej zastosowaniu powstała teoria ma zasadniczo taką samą strukturę logiczną, jak teoria wyjściowa (dotyczy to w szczególności struktury i rodzaju aksjomatów) — a więc spełnione są najbardziej rygorystyczne warunki uściślenia kryterium C . Co więcej, metoda ta podaje pewnego typu kryterium eliminowalności: eliminowalne mogą być tylko te terminy, których sens w danej teorii jest jednoznacznie wyznaczony przez sens pozostałych terminów tej teorii. Jej wadą jest ograniczony (do logiki I rzędu i określonej klasy wyrażeń) zakres stosowalności.

Najwięcej uwagi poświęcimy najciekawszej z wymienionych metod eliminacji — metodzie Craiga, sformułowanej w [CRAIG 1953]. Zanim ją przedstawimy,

⁸ Taką własnością może być np. denotacja lub konotacja wyrażenia — por. [JADACKI].

zauważmy na początku, że pomysł utworzenia teorii S w taki sposób, by składała się ona po prostu ze wszystkich zdań ze zbioru $T - FOR_K$ jest niedobry, bo nie spełnia żadnej z wersji warunku (3) — powstała teoria nie ma bowiem wyróżnionego zbioru aksjomatów. Aby spełnione były warunki (3.1) i (3.2) — chociaż nie (3.3) — wykonuje się następującą, wymyśloną przez Craiga, „sztuczkę”: Każdemu twierdzeniu teorii T i każdemu ciągowi formuł będącemu dowodem pewnego twierdzenia w teorii T przyporządkowuje się numer Gödlowski, czyli pewną liczbę naturalną, która przyporządkowana jest danej formule (czy ciagowi formuł) w sposób jednojednoznaczny. Niech teraz $\alpha \in (T - FOR_K)$ i niech numer Gödlowski dowodu tej formuły wynosi n . Wtedy zbiór $\{ \langle \alpha, n \rangle : \alpha \in T - FOR_K \}$ jest zbiorem rekurencyjnym. Pary $\langle \alpha, n \rangle$ nie należą jednak do słownika języka rozważanej teorii. Kodujemy je w języku teorii T w ten sposób, że zamiast $\langle \alpha, n \rangle$ piszemy liczącą n członów koniunkcję

$$\alpha \wedge \dots \wedge \alpha.$$

Pozwala to utworzyć zbiór aksjomatów teorii S :

$Aks(T) = \{ \beta : \beta \text{ ma postać } n\text{-elementowej koniunkcji } \alpha \wedge \dots \wedge \alpha, \alpha \in T \text{ i } n \text{ jest numerem Gödlowskim dowodu formuły } \alpha \text{ w teorii } T \}$

Tak zdefiniowany zbiór aksjomatów jest rekurencyjny, bo dla dowolnej formuły β z języka teorii S , β jest aksjomatem teorii S zawsze i tylko, gdy β jest koniunkcją, której członów są pewnymi formułami α i ilość tych członów jest numerem Gödlowskim dowodu formuły α w teorii T . Co więcej, tak zdefiniowany zbiór aksjomatów spełnia również inny warunek „dobrej” aksjomatyki: $Aks(S)$ jest podzbiorem właściwym teorii S .

Niewątpliwą zaletą tej metody jest jej uniwersalna stosowalność — do dowolnej klasy K i dowolnej teorii T w logice L . Metoda ta ma również dwie wady.

Pierwszą jest to, że aby stwierdzić, czy dana formuła jest aksjomatem teorii S , trzeba za każdym razem „zajrzeć”, jaki numer miał dowód tej formuły w teorii T . Nie pozwala to ostatecznie „zapomnieć” o teorii T i o jej zobowiązaniach ontologicznych, choć niewątpliwie nie można w sposób literalny zastosować kryterium Quine’a, aby je stwierdzić. Precyzyjne powiedzenie, na czym polega druga wada, nie jest łatwe. Ogólnie można stwierdzić, że aksjomaty teorii S nie spełniają intuicji dotyczących pojęcia „aksjomatu” jako zdania o wyróżnionym charakterze poznawczym, pierwotnego w stosunku do innych zdań. Zarzutu tego nie da się jednak wyrazić w postaci formalnej, a więc jest on w pewnym sensie nieprzystający zarówno do kryterium istnienia Quine’a, jaki i do samego sformułowania problemu eliminacji.

V. Wnioski

Z powyższych rozważań wynikają następujące wnioski:

I) Załóżmy, że K jest zbiorem terminów pozalogicznych, a T jest teorią sformułowaną w logice pierwszego rzędu L .

Jeśli kryterium C ma sformułowanie: (1), (2.1), (3.3), to K jest nieeliminowalne z teorii T zawsze i tylko, gdy sens terminów z klasy K nie jest wyznaczony jednoznacznie przez sens pozostałych terminów (tzn. terminy te nie są definiowalne ani *explicite*, ani *implicite*).

Jeśli kryterium C ma sformułowanie: (1), (2.2), (3.1) lub (3.2), to K jest nieeliminowalne z teorii T zawsze i tylko, gdy teoria $S = T - FOR_K$ jest identyczna ze zbiorem twierdzeń logiki L (tzn. teoria S nie zawiera żadnej treści pozalogicznej).

II) Jeżeli zgodzimy się na kryterium C w sformułowaniu (1), (2.1) (lub /2.2/) i (3.1) (lub /3.2/), to z wyjątkiem zastrzeżenia zawartego w drugiej części wniosku (I), z dowolnej teorii eliminowalny jest dowolny zbiór wyrażeń (zarówno o nazwowej, jak i o innej charakterystyce syntaktycznej). Wniosek ten jest bardzo kontrowersyjny chociażby dlatego, że rozstrzyga (pozytywnie!) wszystkie przedstawione w charakterze przykładu problemy.

III) Ze względu na konsekwencje przyjęcia kryterium C w sformułowaniu podanym we wniosku (II) wydaje się, że należy termin „eliminowalność” rozumieć bądź w sensie definicji (b), bądź kryterium C przyjmując w wersji (1), (2.1) (lub /2.2/), (3.3). Wiąże się to z koniecznością sprecyzowania pojęcia przekładu i w szczególności z ustaleniem, w jakiej metateorii ma być rozstrzygane, czy odpowiednie dwa aksjomaty są ze sobą w relacji równoważności. Okazuje się także, że sam problem eliminowalności jest dużo trudniejszy niż mogłoby się wydawać pierwotnie i angażuje wiele pojęć, których sens jest daleki od jednoznaczności.

Bibliografia

- W. CRAIG 1953, *On Axiomatizability within a System*, „Journal of Symbolic Logic”, 18,
- W. CRAIG 1956, *Replacement of Auxiliary Expression*, „Philosophical Review”, 65.
- C. G. HEMPEL, *The Theoretician's Dilemma: A Study in the Logic of Theory of Construction, Aspects of Scientific Explanation*, The Free Press, New York, 1965.
- J. J. JADACKI, *Semiotyka i metafizyka*, Warszawa, 1997.
- T. KOTARBIŃSKI, *O postawie reistycznej, czyli konkretystycznej*, w: T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Warszawa, PWN, 1986.
- R. MURAWSKI, *Rozwój programu Hilberta*, „Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego”, Seria II: „Wiadomości Matematyczne”, 30, (1993).
- F. P. RAMSEY, *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, London 1931.
- B. F. SKINNER, *Science and Human Behavior*, New York 1953.
- R. SUSZKO, *Reifikacja sytuacji*, „Studia Filozoficzne”, 2 (1971).

The Problem of Dispensability

The question raised in the article is whether a certain class of expressions can be eliminated from scientific theories. The author focuses on the concept of 'dispensability' or 'eliminability', and shows how it can not be tackled without straightening out the assumptions about the structure and the pragmatic properties of the theories in question. The article is divided in five parts. In the first part the most typical problems of elimination are reviewed. Parts two and three advance a proposal to construe 'dispensability' more rigorously. Part four presents various ways of solving the problem of eliminability and discusses their relative strengths and defects. The final part offers conclusions and suggests possible ways of continuing research on the problem.