

2. O książce L. Gumańskiego Wprowadzenie w logikę współczesną

Andrzej Grzegorzczak

Ostrzeżenie przed błędem w podręczniku logiki

Dołączam do modnej ostatnio akcji ostrzegania i wzajemnych krytyk (patrz „Principia — Ekspres Filozoficzny” oraz „Przegląd Filozoficzny” ostatnie numery). Rzadko się zdarza, żeby podręcznik jakiejś współczesnej dyscypliny naukowej zawierał twierdzenia wyraźnie sprzeczne z uznanymi powszechnie osiągnięciami tej dyscypliny. Taka sytuacja jednakże zaistniała w najbardziej naukowej dyscyplinie filozoficznej, mianowicie w logice. Jest to do pewnego stopnia moja wina, bo chyba za słabo ostrzegałem autora.

Fakt jest następujący: w książce autorstwa Leona Gumańskiego, profesora Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, noszącej tytuł *Wprowadzenie w logikę współczesną*, wydanej przez Państwowe Wydawnictwo Naukowe, wydanie drugie rozszerzone i poprawione, Warszawa 1990 (nakład 3850+150 egz.), znajduje się na stronie 181 w osobnym wierszu napis:

Twierdzenie: Rachunek funkcyjny jest rozstrzygalny.

Napis ten jest poprzedzony kilkunastoma stronicami wywodów autora książki, które jego zdaniem stanowią dowód tego jego twierdzenia. Twierdzenie to jest sprzeczne z uznanymi już prawie od 70 lat osiągnięciami, wywodzącymi się z prac Kurta Gödla na temat nierozstrzygalności arytmetyki liczb naturalnych.

Logika formalna jest nauką dedukcyjną o niepodważalności swoich twierdzeń równej niepodważalności twierdzeń podstawowych teorii matematycznych. W oparciu o prace Kurta Gödla z 1931 r., w roku 1936 logik amerykański, Alonzo Church, opublikował dowód twierdzenia, że rachunek funkcyjny nie jest rozstrzygalny. Poprawność tego dowodu w różnych jego wersjach sprawdziły do dzisiaj setki matematyków studiujących logikę na całym świecie. Wobec tego, gdy kolega Gumański w latach osiemdziesiątych powiedział mi, że ma dowód twierdzenia przeciwnego i nawet przysłał mi go do przeczytania, (ale w zapisie bardzo nieprzejrystym i w symbolice, którą wyjątkowo źle się czyta), to mu odpowiedziałem, że nie będę czytał, bo uważam, że jeśli on występuje przeciwko twierdzeniu powszechnie w nauce uznanemu, to jego obowiązkiem jest wyszukać błąd w rozumowaniu poprzedników, który — być może — do tej pory nie był zauważony, a niewłaściwe jest zmuszanie innych do szukania błędu w jego własnych wywodach. Niech on wskaże błąd np. w moim podręczniku logiki matematycznej, gdzie dowód twierdzenia o nierozstrzygalności jest przedstawiony w spo-

sób dość popularny. Ostrzegałem, żeby w podręczniku tego nie umieszczał. Dopiero w tym roku ktoś z młodszych pracowników nauki zwrócił mi uwagę, że ten pseudo dowód Gumańskiego jest opublikowany w wymienionym podręczniku.

Może szkody intelektualne tego fałszu nie są znaczne, bo ten fragment książki omawianej jest bardzo mętny i myślę, że nikt się tego nie uczył. Żadne dalsze zastosowania fałszywego twierdzenia nie są wskazane. Autor zachowuje się w tej sprawie, można by powiedzieć, bardzo skromnie. Tak sobie mimochodem „obala” najśłynniejsze autorytety, nie robiąc z tego użytku. W tym roku przyznał mi się jednak, że posłał swój dowód do pisma zagranicznego i że tam recenzent wykazał mu błąd, którego nam w Polsce nie chciało się szukać.

Myślę, że jest niestety coś charakterystycznego dla naszych polskich stosunków w tym wydarzeniu. Największe polskie wydawnictwo naukowe, PWN, publikuje podręcznik zawierający błąd podstawowy, horrendalny. Albo opiera się na recenzjach ludzi niekompetentnych, albo nie uwzględnia recenzji, albo — co najbardziej prawdopodobne — recenzenci nie czytają książki i dla swojego kolegi piszą recenzję pozytywną bez czytania. Tak czy inaczej fakt ten jest przykładem nierzetelności pracy zawodowej w nauce polskiej i to właśnie w dziedzinie, w której nauka polska najbardziej do niedawna słynęła na cały świat ze swojego wysokiego poziomu.

Mam wrażenie, że taki fakt nie mógłby się zdarzyć w okresie międzywojennym. Teraz mamy do czynienia z moralną korupcją w nauce, której dawniej nie było. Tak jak w administracji państwowej ma miejsce „rzeczpospolita kołesiów” popierających się w celu zdobywania pieniędzy płynących z kieszeni podatnika, tak samo w nauce „naukowy biznes kołesiów” nastawiony jest na wspomaganie się wzajemne w karierze. Kontrolowanie się wzajemne i wspomaganie w ten sposób jakości wytworu, zanika. Pisanie recenzji staje się formalnością typu wypełniania kwestionariusza. Wyobrażam sobie, że w KBN-ie też już całkiem nie wiedzą, komu jeszcze mogą na prawdę wierzyć i nie ufają tym, którym mogliby jeszcze zaufać. System grantowy przy tym właściwie również sprzyja dezintegracji w nauce i brakowi krytyki naukowej. Jeśli bowiem ktoś ma w grancie przyznane pieniądze na publikacje, to może publikować bez żadnej kontroli wszystko, co wytworzy. Nie musi nikomu pokazywać, co robi. I tak zarobi swoje. Każdy dziś przecież może być wydawcą. (Dopiero, gdyby chciał wystąpić z tym za granicą, to będzie może inaczej. Chociaż za granicą też można znaleźć pisma, których zawartość można określić jako *Rejected Papers of Our Good Friends*).

Można dodać, że część nieszczęść płynie tu z przeniesienia do nauki systemu demokratycznego decydowania. Ciała wybrane przez głosowania nie są ani sprawne, ani kompetentne w kwestiach wartości w określonych dziedzinach. W KBN często nie decydują ludzie kompetentni. Decyduje gremium, w którym nikogo kompetentnego z danej dziedziny może nie być. Metoda indywidualnego zaufania do jednego specjalisty, który jest znany, dostępny, ale nieprzekupny, daje lepsze

rezultaty. Najlepsi wydawcy zagraniczni mają takich swoich konsultantów dobranych według znajomości przedmiotu, bez żadnej demokracji. Jeśli taki konsultant się zbłądzi, to oczywiście biorą innego w oparciu znowu o zaufanie do jakichś znanych postaci. Polski zwyczaj urządzania głosowań wśród wszystkich pracowników nauki, stwarza tylko niepotrzebne zatrudnienie dla pracowników biurowych.

Samo zagadnienie nierozstrzygalności systemu logiki trudno jest popularnie przedstawić. Może pewnym popularnym argumentem przeciwko przypuszczeniu Gumańskiego może być to, że gdyby jego przypuszczenie było prawdziwe, to właściwie nie istniałaby twórczość w matematyce. Nie byłyby potrzebne dowody, bo zostawałby tylko do wykonywania proceder algorytmicznego sprawdzania. Duża część nauki okazałaby się nietwórczym mechanizmem.

Gumański na stronie 169 dodaje jeszcze dodatkowe, bardziej elementarne twierdzenie fałszywe. Mówi mianowicie, że „metoda przekątniowa jest niepoprawna”, a na s. 267 ostrzega, że „kryje w sobie poważne niebezpieczeństwa”. Z wypowiedzi (o antynomiach), w ostatnim rozdziale książki, wynika, że autor właśnie metodzie przekątniowej przypisuje pojawienie się sprzeczności w teorii mnogości G. Cantora. Jest to punkt widzenia nie podzielany przez żadnego z poważnych autorów teorii mnogości.

W tej sprawie jednak można dość elementarnie pokazać, że rozumowania przekątniowe są równie poprawne, jak wszystkie inne stosowane w teorii mnogości.

Istotą tego, co można nazywać rozumowaniem przekątniowym, jest tworzenie takiego pojęcia generalnego, które samo staje się obiektem kategorii, którą określa. Jest to więc tworzenie narzędzia intelektualnego, które stosuje się do innych narzędzi, w szczególności stosuje się do samego siebie. Taki zabieg intelektualny jest ogólnie przyjęty i produktywny, jest rodzajem sprzężenia zwrotnego. Nazywanie go niepoprawnym bez posiadania oczywistych argumentów druzgocących uważam za postępowanie nieodpowiedzialne intelektualnie. Sprzężenia zwrotne tworzymy stale. Na przykład rozwijając samokontrolę umożliwiamy samokontrolę swojej samokontroli.

Zabieg ten znany jest od starożytności i pierwszym jego użyciem było zastosowanie w tzw. antynomii kłamcy. Gdy się powie, że wszyscy zawsze kłamią, to podważa się w ten sposób własną wypowiedź. Podobnie jest z klasą wszystkich klas, która prowadzi do sprzecznego pojęcia klasy klas nie będących własnymi elementami. Popularnym przykładem jest antynomia golibrody, który goli wszystkich tych i tylko tych mieszkańców swojej wioski, którzy się sami nie golią. (Okazuje się to niemożliwe, bo musiałby golić samego siebie, gdyby sam siebie nie golił. Można więc dowieść, że nie ma takiej wioski, w której by mieszkał taki golibroda). Obok zastosowań antynomialnych tego postępowania istnieją też inne ściśle zastosowania, bardzo pożyteczne.

W dowodach nierozstrzygalności ma zastosowanie narzędzie intelektualne polegające na ustawianiu przedmiotów namysłu w ciągi przeliczalne, czyli takie jak ciąg wszystkich liczb naturalnych. Tutaj najbardziej znany jest dowód twierdzenia, że

Wszystkich ciągów przeliczalnych liczb naturalnych nie można ustawić w ciąg przeliczalny.

Dowód w potocznym ujęciu jest następujący. Przypuśćmy, że mamy wszystkie ciągi liczb naturalnych ustawione w jeden ciąg S_k , czyli ponumerowane liczbami naturalnymi k . Oznaczmy n -ty wyraz k -tego ciągu przez $S_k(n)$. Określamy wówczas nowy ciąg $T(n)$ liczb naturalnych w ten sposób, że jego n -ty wyraz określamy jako:

$$(A) \quad T(n) = S_n(n) + 1$$

(Czyli n -ty wyraz ciągu T określony jest jako n -ty wyraz n -tego ciągu — czyli ciągu S_n — powiększony jeszcze o jedność).

Tak określony ciąg $T(n)$ nie może być żadnym z ciągów S_k , bo gdyby był, czyli miałby w ciągu S_k swój numer oznaczony jakąś określoną liczbą k , np. k równe q , to znaczyłoby, że: dla każdego n :

$$(B) \quad T(n) = S_q(n)$$

Wstawiając za zmienną n liczbę q (będącą numerem ciągu liczb T w numeracji S_k) otrzymujemy ze wzorów (A) i (B), że

$$S_q(q) + 1 = T(q) = S_q(q)$$

co sprzeczne jest z twierdzeniem arytmetyki, że $m \neq m + 1$ dla każdego m .

Pewien rodzaj tego typu rozumowania w zastosowaniu do liczb rzeczywistych danych przez swoje rozwinięcia podaje Gumański na s. 266, ale miesza go niepotrzebnie z tzw. antynomią Richarda. (W rozumowaniu przedstawionym na s. 266-267 żadna antynomia nie powstaje, chociaż miał to być przykład antynomii). Tego typu rozumowania przekątniowe są produktywnie przy dowodach nieistnienia. Jednym z nich jest właśnie dowód nieistnienia metody rozstrzygania twierdzeń rachunku funkcyjnego, które to twierdzenie Gumański zamierzał obalić, a wielkim błędem wydawniczym Państwowego Wydawnictwa Naukowego było wypuszczenie podręcznika zawierającego wymieniony błąd.