

Leon Gumański

Ostatnie słowo skazańca, czyli odpowiedź na „Ostrzeżenie” prof Andrzeja Grzegorzcyka

Może powinienem rozpocząć od podziękowania prof. Grzegorzcykowi, ale chciałbym przede wszystkim oczyścić Państwowe Wydawnictwo Naukowe z zarzutów wobec niego postawionych. Nasze zasłużone wydawnictwo podjęło swą decyzję nie na podstawie recenzji osób niekompetentnych, tylko w oparciu o dokument stwierdzający, że za pierwsze wydanie mego podręcznika Ministerstwo Nauki, Szkolnictwa Wyższego i Techniki przyznało mi w 1984 r. nagrodę indywidualną II stopnia. To wyłącznie ja jestem odpowiedzialny za to, że wykorzystałem okazję, aby przemycić do nowej edycji podręcznika swój dowód rozstrzygalności węższego rachunku funkcyjnego.

Był to z mojej strony krok desperacki, uczyniony w nadziei, że skłoni wreszcie grono krajowych specjalistów do zajęcia się moim dowodem, który od dwudziestu już lat oczekiwał na rzetelną ocenę. Historię powstawania różnych wersji tego dowodu streściłem ostatnio w referacie pt. *Czy rachunek funkcyjny jest rozstrzygalny?* opublikowanym w „Ruchu Filozoficznym” (tom LVI, 1999, nr 3/4), więc nie będę jej tu powtarzał. Nie zamierzam też wskazywać redakcji poważnego czasopisma, która w latach osiemdziesiątych nie zdobyła się na to, by podjąć decyzję o wydrukowaniu lub odrzuceniu mej pracy prezentującej dowód, gdyż wiem od ludzi postronnych, że redaktor naczelny chciał rzecz przyjąć, lecz pewna «szara eminencja» z rady redakcyjnej sprzeciwiła się temu. Najwidoczniej postanowiono unicestwić sprawę przez przemilczenie. Właśnie ta «zmowa milczenia» sprawiła, iż ostatnią szansę widziałem we wprowadzeniu dowodu rozstrzygalności do drugiego wydania mego podręcznika. No i nadzieja się obecnie spełniła: znany logik polski zainteresował się moim dowodem — za co mu dziękuję. Szkoda tylko, że musiałem na to czekać aż dziesięć lat...

Chyba nikogo nie zdziwi, że po wielu latach oczekiwań zdecydowałem się na próbę uzyskania pomocy za granicą. Angielską wersję swej pracy o rozstrzygalności węższego rachunku funkcyjnego przesłałem do „The Journal of Symbolic Logic” w 1995 r. i po pewnym czasie otrzymałem odpowiedź negatywną: wskazano mi kontrprzykład. Powiadomiłem o tym kolegów, m.in. prof. Grzegorzcyka (aczkolwiek nie było to w tym roku!), a także prof. Witolda Marciszewskiego, gdy zaproponował mi zamieszczenie mego dowodu w Internecie.

Kontrprzykłady obalają tezy, lecz nie informują, w którym miejscu popełniono błąd. Kiedy ochłonałem z pierwszego wrażenia, postanowiłem przeanalizować ponownie swą pracę i dość szybko zorientowałem się, że istota mego dowodu pozostaje nietknięta, mylne jest tylko końcowe oszacowanie długości ekonomicznego dowodu dowolnego twierdzenia węższego rachunku funkcyjnego o postaci

normalnej, gdyż nie uwzględniłem liczby kwantyfikatorów ogólnych. Tej pomyłki nie popełniałem we wcześniejszych wersjach dowodu, powstała dopiero w wersji podręcznikowej i przeniesiona została mechanicznie do tekstu angielskiego. Gdy policzy się wszystkie kwantyfikatory, kontrprzykłady tracą swą moc, a poprawiony dowód zachowuje swą ważność. Zainteresowanych odsyłam do wyżej wymienionego tekstu mego referatu zamieszczonego w „Ruchu Filozoficznym”. Nie mam obecnie żadnych podstaw, aby wątpić w poprawność mego twierdzenia, że rachunek funkcyjny jest rozstrzygalny. Oczywiście, zgodnie z sentencją *errare humanum est*, nie mogę wykluczyć, że jeszcze coś przeoczyłem. Dopóki wszakże nikt mi tego nie uświadomi, dopóty będę wierzyć w swój dowód i uważać węższy rachunek funkcyjny za rozstrzygalny. A stąd płynie wręcz obowiązek, bym jako nauczyciel akademicki twierdzenie to nadal głosił (por. Tadeusz Czeżowski, *W sprawie deontologii pracownika naukowego*, „Etyka” 2, 1967, s. 111-121).

Nie wiem zresztą, czy kiedykolwiek w sprawie nierozstrzygalności tego rachunku istniała pełna i powszechna zgoda wśród specjalistów. Gdy przed laty poinformowałem śp. prof. Romana Suszkę o swym wyniku, nie wydawał się wcale zaskoczony i powiedział mi, że matematyk węgierski László Kalmár również był przekonany, że rachunek ten jest rozstrzygalny. Chyba liczne twierdzenia redukcyjne przez Kalmára ogłaszane zmierzały w tym kierunku.

Niech mi wolno będzie przejść teraz do kolejnych szczegółów *Ostrzeżenia* prof. Grzegorzcyka. Można mieć wątpliwości, czy zawsze obowiązkiem tego, kto udowadnia twierdzenie T_1 sprzeczne z uznawanym twierdzeniem T_2 , jest wskazanie, gdzie w dowodzie twierdzenia T_2 występuje błąd. Sytuacja jest podobna jak w przypadku kontrprzykładu. Jeśli dowód twierdzenia T_1 jest poprawny, należy odrzucić T_2 niezależnie od tego, jak ono zostało pozornie udowodnione.

Niemniej zwykła ciekawość wiodła mnie do tego, żeby ustalić, gdzie tkwi błąd w dowodzie twierdzenia Churcha. Idąc tą drogą, natrafiłem na metodę dowodów przekątniowych i po szczegółowej analizie musiałem uznać ją za niebezpieczną, a w pewnych warunkach za wręcz błędną. O ile problem rozstrzygalności rachunku funkcyjnego interesuje raczej dość wąską grupę ludzi, to kwestia metody przekątniowej dotyczy znacznie szerszego grona i obszaru naukowych zainteresowań. Moje rozważania na ten temat nie znalazły w Polsce oddźwięku — co wydaje się zgodne z zasadą, że nie można być «prorokiem» we własnym kraju. Jedynie Niemcy i Bułgarzy odważyli się wydrukować moje prace o metodzie przekątniowej (zob. *Remarks on Cantor's Diagonal Method and Some Related Topics*, w: „Untersuchungen zur Logik und zur Methodologie”, Karl-Marx-Universität Leipzig, Heft 3, 1986 oraz rozszerzona wersja w: *Types of Logical Systems and the Problem of Truth*, Bułgarska Akademia Nauk, Instytut Filozofii im. T. Pawłowa, Sofia 1988). Zapytany przeze mnie prof. Grzegorzcyk, czy zna te prace, odpowiedział, że nie. No cóż? Jakże mamy dyskutować? Może to moja wina, że nie sporządziłem dostatecznie wielu odbitek i nie przesłałem do wszyst-

kich kolegów. Nie wiem zresztą, czy to by się na coś zdało, czy nie leżałyby nie czytane, tak jak i dowód rozstrzygalności.

Spróbujmy jednak uważnie przyjrzeć się przytoczonemu przez prof. Grzegorzycy dowodowi tezy głoszącej, że wszystkich ciągów przeliczalnych liczb naturalnych nie daje się ustawić w ciąg przeliczalny. Jest to dowód nie wprost, powinien przeto zawierać wyłącznie jedno założenie, mianowicie negację tezy dowodzonej. W przeciwnym bowiem przypadku uzyskana sprzeczność świadczyłaby jedynie, że któreś z przyjętych założeń jest (są) fałszywe, lecz nie wiadomo byłoby, które. Tymczasem, prócz założenia, że ciąg S_k obejmuje wszystkie ciągi liczb naturalnych, rozważany dowód przemilcza drugie swe założenie, głoszące, że zdefiniowany ciąg przekątniowy T istnieje. Jeżeli za minimalny warunek istnienia obiektu matematycznego uznamy niesprzeczność tego obiektu, to występująca na końcu dowodu sprzeczność bądź świadczy o fałszywości założenia, że S_k obejmuje wszystkie ciągi liczb naturalnych, bądź świadczy, że ciąg T w ogóle nie istnieje (czyli znaczek „ T ” niczego w tym kontekście nie oznacza), gdyż pewien jego wyraz równy jest i zarazem nierówny liczbie q . A zatem nie jest tak, że ciąg przekątniowy istnieje bezwzględnie, a jego definicja może być bez obaw wprowadzana do dowolnego kontekstu (dowodu, zbioru założeń, teorii). Generalnie biorąc, definicje są narzędziem niezbędnym, lecz wymagającym ostrożności w zastosowaniach. Nie mogę tu tematyki tej omawiać szerzej, przeto zainteresowanych muszę znów odesłać do mej wyżej wspomnianej pracy o metodzie przekątniowej (Sofia 1988), a częściowo również do mego krytykowanego podręcznika.

Pan prof. Grzegorzycy określa mój dowód jako „bardzo mętny”, „w zapisie nieprzejrzystym i symbolice, którą wyjątkowo źle się czyta”. Przyznaję, że symbole w rodzaju

$$Z_{i+s-1}^{j_{i+s-1}}$$

niełatwe są do zapamiętania. Jednakowoż, gdy wprowadza się nowe metody badania, trzeba do nich dostosować odpowiednie sposoby wyrażania, a sądzę, że obrane przeze mnie symbole adekwatnie i ściśle oznaczają odnośne przedmioty rozważań. Zdaję sobie wszakże sprawę, iż dowód jako całość jest trudny, wymaga stałego skupienia uwagi, zapamiętania kolejnych definicji i ustaleń. Trzeba go czytać powoli, uważnie i starać się zrozumieć¹. Nie można „ślizgać” się po nim jak po artykule gazetowym czy po niektórych dywagacjach filozoficznych. W szczególności nie należy z góry zakładać, że musi być błędny, bo twierdzenie jest sprzeczne „z powszechnie w nauce uznanym”, bo „obała najśłynniejsze autorytety” itp. Takie z góry powzięte uprzedzenia pozbawiają cierpliwości, blokują umysł.

¹ Niestety w podręczniku jest sporo błędów drukarskich. Część z nich występuje w dowodzie (głównie w indeksowaniu zmiennych). Nie wiem, czy drukarnia dołączyła do wszystkich egzemplarzy półtorastronicową erratę.

Wyznaję bez skruchy, że zupełnie nie jestem wrażliwy na uroki autorytetów. Podchodzę do nich z pełnym szacunkiem, ale rezerwuję sobie prawo do zachowania własnego zdania w kwestiach, w których dostatecznie się orientuję. Cantor, Gödel, Church to przecież ludzie. Na jakiej podstawie mam uznać ich boską nieomylność?

Nie przeraża mnie też myśl, że dowodzenie twierdzeń będzie kiedyś zalgorytmizowane i wykonywane przez mechanizmy w rodzaju komputera którejś generacji. Na twórczość w matematyce pozostanie i tak dość miejsca przy rozszerzaniu dziedziny badania, obmyślaniu niezbędnych teorii i stosownych metod. Pomysły będą zapewne w jakimś stopniu reakcją na zmieniające się warunki i powstałe potrzeby.

Końcowa uwaga prof. Grzegorzcyka dotyczy antynomii Richarda. Antynomia ta, związana z pojęciem definiowania, bywa rozmaicie przedstawiana, wystarczy chociażby porównać polskie podręczniki. Wybrałem sformułowanie podane w książce *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny* zredagowanej przez prof. Witolda Marciszewskiego (PWN, 1987, s. 177), gdyż pozwoliło mi to na nawiązanie do metody przekątniowej. Myślę, że inni czytelnicy łatwo dostrzegą antynomię: liczba r jest elementem zbioru S (ponieważ jest definiowalna za pomocą skończonego ciągu słów i mieści się w przedziale $0 < r < 1$, a zbiór S obejmuje wszystkie takie liczby), z drugiej zaś strony liczba r nie jest elementem zbioru S (bo różni się od każdego elementu zbioru S).

Pan prof. Grzegorzcyk nie bez pewnej słuszności utyskuje na stosunki panujące w polskim środowisku pracowników naukowych i postuluje, ażeby wydawnictwa opierały się na opiniach wybitnych konsultantów. Czy to jednak nie będzie czymś w rodzaju kościelnego *imprimatur*? Strach pomyśleć, co by było, gdyby konsultantem został ktoś apodyktyczny, głęboko przeświadczony, że wyłącznie jego przekonania są słuszne. Oczywiście nikogo o odmiennych poglądach nie dopuszczałby do głosu. Problem więc jest: Co właściwsze? Czy może lepiej, by pojawiały się czasem prace kontrowersyjne, niż by wszystkie były „na jedno kopyto”?

Gdyby mnie zapytano, jak naprawiać stosunki w środowisku naukowym, postulowałbym przede wszystkim zacieśnienie współpracy, więcej koleżeńskej życzliwości i poważne traktowanie tekstów zgłaszanych do oceny. Radziłbym również nie zapominać, że prawdziwość nie jest zależna od wyników głosowania i nawet to, co w pewnej epoce jest powszechnie uznawane, może później okazać się mylne. Gdyby tak nie było, mielibyśmy nadal naiwny geocentryzm Ptolemeusza.

W drugiej połowie XIX w. i w pierwszej naszego stulecia ukształtował się — nie bez początkowego oporu — w teorii mnogości i w pewnych partiach logiki obowiązujący paradygmat, którego rzecznikiem jest m.in. prof. Andrzej Grzegorzcyk. Niepodobna przewidzieć, jak długo paradygmat ten będzie obowiązywać i czy kiedykolwiek zostanie wyparty. Thomas S. Kuhn w *The Structure of Scientific Revolutions* (m.in. na s. 24) pisze, że zwolennicy danego paradygmatu nie

dostrzegają tego, co nie pasuje do ich wzorców i są nietolerancyjni wobec tych, którzy zgłaszają odmienne punkty widzenia. Łatwo domysleć się, skąd taka postawa. Wszak obalenie paradygmatu podważa ich osobistą pozycję, niszczy ich dorobek. Kuhn stwierdza ponadto, że nowe paradygmaty wprowadzane są głównie przez ludzi młodych albo krótko pracujących w danej dziedzinie nauki. W nich więc moja nadzieja. Wkraczam w osiemdziesiąty rok życia, toteż perspektywa przede mną jest dość krótka. Może jednak *Ostrzeżenie* prof. Grzegorzcyka skieruje uwagę samodzielnie myślących ludzi na mój «horrendalny» dowód i zdążę jeszcze dowiedzieć się czegoś więcej o nim. Może coś dobrego wyrośnie z ziaren, które posiałem...

Andrzej Grzegorzcyk

Jeszcze krótki komentarz do „Ostatniego słowa skazańca” prof. L. Gumańskiego

Dwie refleksje. Pierwsza, że jeśli pierwsze wydanie podręcznika prof. Gumańskiego zawierało te same błędy, co wydanie drugie, to przyznanie nagrody ówczesnego Ministerstwa Nauki, Szkolnictwa Wyższego i Techniki dowodzi nieodpowiedzialności, korupcji lub niekompetencji działania tego ministerstwa w roku 1984. Dobry wydawca powinien być też nieufny w stosunku do instytucji.

Druga refleksja dotyczy krytyki prof. Gumańskiego odnoszącej się do rozumowania przekątniowego, które przedstawiłem w swoim ostrzeżeniu. Dla logika powinno być jasne, że dowód niemożności ustawienia w jeden ciąg wszystkich ciągów liczb naturalnych jest tylko bardziej obrazowym przedstawieniem rozumowania mówiącego, że nie istnieje funkcja dwuargumentowa określona na liczbach naturalnych, która byłaby uniwersalna dla funkcji jednoargumentowych określonych na tychże liczbach. W związku z tym konstrukcja przekątniowa polega na tym, że przechodzi się od funkcji dwuargumentowej do funkcji jednoargumentowej przez utożsamienie argumentów, tak jak np. od funkcji mnożenia: $x \cdot y$ przechodzi się do określenia funkcji kwadratu: $x^2 = x \cdot x$. Takie tworzenie nowych funkcji przez utożsamienie zmiennych jest powszechnie przyjęte w matematyce. Potem dodaje się jeszcze jedynek.

Gdyby istniała funkcja dwuargumentowa $S(k, n)$ uniwersalna, to znaczyłoby, że dla każdej funkcji jednoargumentowej $F(n)$ istnieje takie k , że dla każdego n zachodzi równość: $F(n) = S(k, n)$. Wówczas jednak funkcja $T(n) = S(n, n) + 1$ jako jednoargumentowa musiałaby również mieć swój numer k i zgodnie z uniwersalnością funkcji S , musiało więc być prawdą, że dla każdego n : $T(n) = S(k, n)$. To zaś dla liczby $n = k$ daje zgodnie z określeniem funkcji T fał-