

wą filozofii. Warto również zadać sobie pytanie o przyczynę podjęcia tej pracy, nie zominając przy tym, że w tym przypadku przyczyna i cel nie muszą pozostawać ze sobą w ścisłym związku.

Pytanie o przyczynę ważne jest w przypadku książki Niżnika przede wszystkim dlatego, że wydaje się, iż przyczyna ta jest tutaj o wiele głębsza niż sama tylko ciekawość poznawcza i chęć znalezienia odpowiedzi na określone pytania. Skoro bowiem refleksja filozoficzna (przy czym samo to pojęcie autor traktuje bardzo szeroko) jest podstawą kultury i cywilizacji oraz skoro współczesna zachodnia cywilizacja techniczna w coraz większym stopniu przerasta swego wytwórcę i wymyka się mu spod kontroli, to zagrażający człowiekowi aspekt współczesnej cywilizacji wydaje się mieć swoje przyczyny właśnie w filozofii. Z tego punktu widzenia niepokój o problem racjonalności filozofii i głębokie przejęcie się niepewnym charakterem fundamentów tej cywilizacji jest nie tylko uzasadnione, lecz oczywiste i konieczne. Zrozumienie, iż wszystko, co człowiek zdołał stworzyć, daje się przyczynowo uzasadnić taką czy inną formą refleksji filozoficznej, nakłada wręcz moralny obowiązek poszukiwania podstaw tej refleksji i nadania tym poszukiwaniom formy systematycznej pracy naukowej.

Świadomość takiej właśnie odpowiedzialności wydaje się towarzyszyć autorowi *Arbitalności filozofii*. Jest to odpowiedzialność niemała, ponieważ od odpowiedzi na pytanie o podstawę zależeć będzie przyszłość możliwości filozofowania. Odpowiedzialność ta bynajmniej nie zmniejsza się w świetle prozaicznego zarzutu, iż być może wielu filozofów zdecyduje się przyjąć wnioski sformułowane przez Niżnika. Tak czy owak, wnioski te stały się obowiązujące dla samego autora i stają się takie dla każdego, kto nie znajdzie wystarczających argumentów, aby wnioski te obalić.

Wojciech Słomski

Twenty Five Years of Constructive Type Theory, edited by Giovanni Sambin and Ian Smith, Clarendon Press, Oxford 1998, 283 s.

The Philosophy of Mathematics Today, edited by Matthias Schirn, Clarendon Press, Oxford 1998, 638 s.

Dirk van Dalen, *Mystic, Geometer, and Intuitionist. The Life of L. Brouwer*, vol. 1: *The Dawning Revolution*, Clarendon Press, Oxford 1998, 440 s.

Filozofia matematyki z Oxford University Press (Clarendon Press)

Pierwsza z recenzowanych książek dotyczy konstruktywnej teorii typów stworzonej przez Pera Martin-Löfa, profesora uniwersytetu w Sztokholmie. Teoria ta ma stanowić podstawę dla matematyki konstruktywnej. Idea nawiązuje do teorii typów logicz-

nych Bertranda Russella w tym, że zakłada się, iż każdy obiekt matematyczny należy do jakiegoś typu logicznego. Oczywiście, wykluczone są niekonstruktywne sposoby określania typów. W sumie, konstruktywna teoria typów ma pełnić w matematyce konstruktywnej taką rolę jak teoria mnogości Zermelo-Fraenkla w matematyce klasycznej.

Książkę otwiera artykuł Stefano Baratelli i Stefano Berardi na temat konstruktywizacji logiki klasycznej. Następnie Gustavo Betarte i Alvaro Tasio rozważają pewne rozszerzenia teorii Martin-Löfa. Nicolas Govert de Bruijn analizuje możliwe konsekwencje (dla filozofii matematyki) płynące z zastosowania języka konstruktywnej teorii typów do kwestii maszynowego sprawdzania dowodów matematycznych i nauczania matematyki. Jan Cederquist, Thierry Coquand i Sara Negri zajmują się konstruktywnymi odpowiednikami twierdzenia Hahna-Banacha w topologii. Catarina Coquand przedstawia realizacyjną interpretację teorii typów konstruktywnych. Jeszcze inną, mianowicie w języku grupoidów, rysują Martin Hofmann i Thomas Streicher. Petri Mäenpää aplikuje teorię Martin-Löfa do analitycznego generowania programów. Kolejny artykuł jest szczególnie interesujący. Jest to publikowany po raz pierwszy artykuł Martin-Löfa z 1972 r., jeden z programowych tekstów tej teorii. Operatory pamięciowe w ramach są badane przez Karima Naora. Dalej przychodzi rzecz Erika Palmgren o uniwersach w teorii typów konstruktywnych, a więc sprawie absolutnie podstawowej dla każdego systemu podstaw matematyki. Kwestia zaufania do dowodów sprawdzanych maszynowo jest przedmiotem rozważań Roberta Pollacka. Giovanni Sambin i Silvio Valentini starają się zreformułować podstawowe idee konstruktywnej teorii typów jako teorii zbiorów predykatywnych. Dowody na temat dobrego uporządkowania (a więc sprawa kłopotliwa dla każdego konstruktywizmu) w teorii Martin-Löfa jest przedmiotem artykułu Antona Setzera. Wiliam Tait przedstawia pewną formalizację (bez zmiennych) dla teorii Curry'ego-Howarda. Książka kończy się pracą Silvio Valentini o „operatorze zapominania”, wyrażającym formalnie proces pomijania nieistotnej informacji.

Sympatycy konstruktywnej teorii typów uważają ją za znaczący postęp, a przynajmniej nową perspektywę w konstruktywizmie matematycznym. Trudno w tej sprawie wyrokować, bo rzecz cała jest w trakcie budowy. Różnorodne zastosowania do *computer science*, formalnej topologii czy nawet dydaktyki na pewno robią wrażenie i świadczą, że projekt konstruktywnej teorii typów nie jest zawieszony w próżni, ale mimo wszystko to samo osiąga się innymi metodami. Filozoficznie rzecz biorąc, lektura recenzowanego zbioru potwierdza przynajmniej dwie rzeczy. Po pierwsze, nieokreśloność idei konstruktywności. Może najlepiej to widać już w pierwszym artykule. Dowodzi się tam następującego faktu: A jest prawdziwe intuicjonistycznie wtedy i tylko wtedy, gdy A jest prawdziwe klasycznie. Podana jest konstruktywna interpretacja formuł klasycznych, dzięki której wspomniany fakt ma miejsce. Owa interpretacja jest słabsza niż intuicjonistyczna. Przeto radykalny konstruktywista (np. właśnie intuicjonista) uzna ją za niewłaściwą, bo ograniczoną. Zwolennik matematyki klasycznej, tj. dopuszczającej metody niekonstruktywne, zapewne zauważy, że twierdzenie Hahna-Banacha zostało dowiedzione w słabszej postaci; dla porządku dodam, że autorzy odnośnego artykułu bynajmniej tego nie ukrywają. Jak się zdaje, sytuacja spełnia starą tezę Andrzeja

Mostowskiego, że winno się mówić nie tyle o konstruktywizmie, ile o szczeblach konstruktywności, które są rozmaite nawet w matematyce klasycznej. Po drugie, konstruktywna teoria typów kusi empirystów. Jest to widoczne w artykule Pollacka. Istotnie, empiryzm, by tak rzec, puka do drzwi w związku z maszynowym dowodzeniem twierdzeń matematycznych czy stylem edukacji matematyków. Ciągłe jednak „konserwatysta” może zapytać, czy jednak nie ma żadnej różnicy pomiędzy dowodem dedukcyjnym a uzasadnieniem empirycznym, np. w kwestii zachowywania prawdziwości przez proceduralne reguły jednego i drugiego sposobu okazywania wiarygodności twierdzeń.

Zbiór pod redakcją Schirna jest obszernym sprawozdaniem z aktualnego stanu filozofii matematyki. Książka składa się z pięciu części. Pierwsza poświęcona jest ontologii, modelom i nieokreśloności. Składają się na nią artykuły Paula Banaceraffa (*Czym nie może być prawdziwość matematyczna - I*; tytuł nawiązuje do głośnego tekstu tego autora *Czym nie mogą być liczby?* z lat sześćdziesiątych), Boba Hale’a (*Czy platonizm jest bankrutem epistemologicznym?*), Hartreya Fielda (*Czy mamy w pełni określoną ideę skończoności i liczby naturalnej?*), Stewarta Shapiro (*Konsekwencja logiczna: modele i modalność*) i Charlesa Chihary (*Teza Tarskiego i ontologia matematyki*). Część druga ma hasło „Matematyka, nauka i metoda” jako swój ogólny nagłówek. Piszą w niej: Penelope Maddy (*Naturalizacja metodologii matematycznej*), John Burgess (*Brzytwa Ockhama i metoda naukowa*), Geoffrey Hellman (*Poza definityzmem, ale niezbyt daleko*; tytuł nawiązuje do postulatu francuskich konstruktywistów początku XX w., by przedmioty matematyczne były definiowane skończonymi wyrażeniami) i Michael Resnik (*Matematyka holistyczna*). Część trzecia dotyczy finityzmu i intuicjonizmu. Znajdujemy w niej artykuły Charlesa Parsonsa (*Finityzm i poznanie intuicyjne*), Karla-Georga Niebergalla i Matthiasa Schirna (*Finityzm Hilberta i pojęcie nieskończoności*) i Michaela Detlefsena (*Konstruktywne postulaty egzystencjalne*). Dział czwarty jest dedykowany Fregemu i zawiera prace Crispin Wright: *Niegroźna niepredykatywność N^m* (*«Zasada Hume’a»*); zasada Hume’a to teza, że liczby są abstrakcjami od równoliczności z tym, że autorstwo Hume’a jest tutaj sporne), Michael Dummett (*Czy neo-Fregowcy są złym towarzystwem?*; Dummett powiada, że tak), Crispin Wright (*Odpowiedź Dummettowi*; Wright broni Fregego), George Boolos i Richard Heck, Jr (*Die Grundlagen der Arithmetik*, §182-183; autorzy uzupełniają Fregego szkic dowodu, że każda liczba naturalna ma jeden i tylko jeden następnik) i Richard Heck, Jr (*Skończoność i nieskończoność w Grundgesetze der Arithmetik Fregego*). Zbiory, struktura i abstrakcja to tematy części piątej, którą wypełniają rozprawy: Wiliama Taita (*Koncepcja teorii mnogości u Zermelo i zasady refleksyjne*), Petera Simonsa (*Struktura i abstrakcja*) i Kita Fine’a (*Granice abstrakcji*; jest to właściwie monografia, bo artykuł liczy 120 stron przedstawiających intuicje związane z pojęciem abstrakcji i stosowny formalizm je uściślający).

Trudno wchodzić tutaj w szczegóły poszczególnych artykułów. Tytuły są zresztą bardzo informacyjne. Ograniczę się wyłącznie do uwag ogólnych. Tradycyjne kierunki w podstawach matematyki są nadal żywotne, nawet logicyzm, jak to pokazuje część poświęcona Fregemu. Niemniej jednak, logicyzm zdecydowanie ustępuje w popularności

intuicjonizmowi i formalizmowi. Odżywa zawsze kontrowersyjny nominalizm (Simons) i naturalizm (Maddy), ten drugi w dość osobliwym powiązaniu z platonizmem. Rola logiki w podstawach matematyki w ich obecnym kształcie jest znacznie mniejsza niż sądzono dawniej. Filozofów matematyki niewiele interesują rachunki logiczne, a znacznie bardziej zagadnienia metamatematyczne. Nowe idee (w porównaniu ze stanem, powiedzmy, sprzed dwudziestu lat) to zastosowanie kategorii modalnych (Shapiro), nowy predykatywnizm (Hellman) i strukturalizm (Resnik). Filozof, być może, zostanie jakoś podniesiony na duchu obserwacją, że kwestie z zakresu filozofii matematyki są dzisiaj równie sporne, jak 100 lat temu i dawniej. W sumie, książka pod redakcją Shapiro na pewno jest znakomitą publikacją, ważną dla każdego interesującego się podstawami i filozofią matematyki.

Ostatnia z wymienionych książek stanowi pierwszy tom obszernej biografii Luitzena Egbertusa Jana (zdrobniale Bertusa) Brouwera (1881–1966) matematyka holenderskiego, najbardziej znanego jako twórca intuicjonizmu, jednego z głównych kierunków współczesnej filozofii matematyki. Autorem dzieła jest Dirk van Dalen, profesor logiki, filozofii i podstaw matematyki w uniwersytecie w Utrechcie, naukowy wnuk Brouwera, bo uczeń Arenda Heytinga, z kolei najwybitniejszego ucznia twórcy intuicjonizmu. Książka van Dalena jest przede wszystkim biografią, mniej analizą poglądów Brouwera, aczkolwiek ten ostatni wątek jest też obecny. W szczególności, sporo mówi się o pracach Brouwera z czystej matematyki, a także, zgodnie z tytułem, o filozoficznym mistycyzmie Brouwera. Tom I prezentuje życie i twórczość Brouwera od lat szkolnych do połowy lat dwudziestych; tom II obejmie resztę.

Treść tomu I jest następująca. Rozdział pierwszy omawia dzieciństwo i lata szkolne Brouwera. W kolejnej części znajdujemy informacje o jego wczesnych pracach, a także o owym wspomnianym wcześniej mistycyzmie, ukształtowanym zaraz na początku naukowej drogi ojca intuicjonizmu. Dzieje rozprawy doktorskiej Brouwera, nader burzliwe, są przedmiotem rozdziału trzeciego. Promotorem był Diederik Johannes Korteweg, profesor uniwersytetu w Amsterdamie, specjalizujący się w matematyce stosowanej. Praca Brouwera dotyczyła podstaw i filozofii matematyki. Zawierała daleko idące spekulacje filozoficzne. Korteweg był tolerancyjny, a przede wszystkim wysoko cenił matematyczny talent Brouwera. Wszelako promotor nie wytrzymał filozoficznej zawartości rozprawy i stanowczo zalecił swemu doktorantowi znaczną redukcję filozoficznych fragmentów. Tak też się stało i Brouwer obronił swoją tezę 19 lutego 1907. Dodam, że rozdział trzeci zawiera również analizę treści rozprawy doktorskiej Brouwera. Kolejne dwa rozdziały stanowią pewne interludium, jako że przedstawiają nie tyle fakty z życia Brouwera, ile jego prace matematyczne na tle rozwoju topologii w pierwszych latach XX w. Do spraw biograficznych narracja wraca w rozdziale szóstym, w którym przedstawione są głównie starania Brouwera, uwieńczone powodzeniem, o profesurę w Amsterdamie i jego kontakty międzynarodowe, zwłaszcza z matematykami niemieckimi. Dalej mowa jest o latach wojny i powojennych, polityce i matematyce oraz o akademickiej i naukowej działalności Brouwera.

Książka przynosi masę szczegółów o samym Brouwerze i jego czasach: o jego stosunkach z Hilbertem, Wylem, Hadamardem i wieloma innymi matematykami, o konfliktach, bo Brouwer nie był bynajmniej aniołem, o tzw. ruchu signifikatywnym (zainicjowanym przez Gerrita Mannoury'ego), o pacyfizmie (co wcale nie przeszkodziło mu w pracy nad interpretacją zdjęć lotniczych w czasie I wojny światowej, oczywiście na rzecz sił zbrojnych Ententy) i antynacjonalizmie Brouwera, o bojkocie naukowców niemieckich po I wojnie światowej (do czego Brouwer się nie zastosował), o ofertach, jakie Brouwer otrzymał z uniwersytetów w Getyndze i Berlinie i wreszcie o rozwoju intuicjonizmu. Ponieważ rzecz pisana jest przez Holendra, a na dodatek znamienitego intuicjonistę, *outsider* nie ma wiele do powiedzenia. Może tylko tyle, że autor, trochę selektywnie przedstawił rozwój teorii mnogości i topologii w początkach XX w. Jakby nie patrzeć na te sprawy, to rola matematyków polskich i *Fundamenta Mathematicae* była centralna w procesie ulokowania topologii w samym centrum matematyki. O tym jednak nie ma ani słowa w recenzowanej książce. Wszelako zainteresuje ona każdego, kto chciałby poszerzyć wiedzę o intuicjonizmie matematycznym i społecznej historii nauki w XX w.

Jan Woleński

Alina Motycka, *Nauka a nieświadomość. Filozofia nauki wobec kontekstu tworzenia*, Leopoldinum, Wrocław 1998, 180 s. (Ser. Monografie Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej).

Archetypy w nauce

Książka Aliny Motyckej liczy 147 stron tekstu zasadniczego oraz 20 stron aneksów. W aneksach autorka przedstawia podstawowe pojęcia koncepcji C.G. Junga, tj. pojęcie nieświadomości zbiorowej, archetypu i symboli, a także Junga krytykę myślenia racjonalnego. Praca kończy się bibliografią, angielskojęzycznym podsumowaniem oraz indeksem nazwisk.

Mimo iż Alina Motycka jest filozofem nauki, pracę jej będę omawiała z punktu widzenia filozofii kultury. Perspektywa filozofii kultury znajduje swoje uzasadnienie w fakcie, iż książka *Nauka a nieświadomość* zajmuje się zagadnieniami, które pojawiają się na granicy nauki i szerzej rozumianej kultury, a nie zagadnieniami, które znajdują się tylko w obrębie filozofii nauki. Również autorzy, których myśl autorka wykorzystuje, nie należą do tradycyjnie zajmujących się filozofią nauki, np. św. Augustyn, Cambell, Budda, Cassirer, Dionizy Areopagita, Hegel, Heidegger, Jung, Freud, Eliade itd. Oczywiście znajdują się w niej także autorzy tradycyjnie klasyfikowani jako filozofowie nauki.

Jednym z kryteriów oceny tzw. prac granicznych są konsekwencje, jakie mogą z niej wyprowadzić dyscypliny sąsiedzkie. Dla filozofii kultury jest to praca interesująca z na-