

Krzysztof Wójtowicz

O pojęciu „zobowiązania ontologicznego”

1. Wstęp

Celem artykułu jest przeanalizowanie kilku zagadnień, związanych ze sformułowaniem przez Quine'a problemem zobowiązań ontologicznych oraz prezentacją pewnego uogólnienia jego kryterium istnienia.

Quine odrzuca możliwość podziału teorii na część czysto konwencjonalną i część dotyczącą rzeczywistości (tzn. na wyróżnienie składnika czysto analitycznego i syntetycznego). Według holistycznego poglądu Quine'a, empirycznie testowane są nie poszczególne zdania, ale całe teorie. Nie ma możliwości częściowego potwierdzenia, w szczególności potwierdzenia tylko niektórych tez egzystencjalnych danej teorii T. Tym samym postulaty ontologiczne dotyczące obiektów obserwacyjnych, teoretycznych i matematycznych mają ten sam status. Przyjmując realistyczną interpretację teorii T należy więc uznać istnienie wszystkich bytów, „o jakich mowa w teorii”. To sformułowanie jest doprecyzowane w postaci kwantyfikatorowego kryterium istnienia: (w myśl teorii T) istnieją te obiekty, które są wartościami zmiennych kwantyfikacji. Istnienie obiektu typu ϕ jest wyrażone przez zdanie egzystencjalne $\exists x\phi(x)$, a nie przez predykat istnienia.

„Algorytm” identyfikowania zobowiązań ontologicznych jest więc bardzo prosty. Jednak tak sformułowane kryterium ma pewne słabości. Sformułowane jest bowiem jedynie w kontekście logiki elementarnej, zaś aspekty semantyczne nie są uwzględnione w dostatecznym stopniu.

Przedmiotem analiz w tym artykule będzie pojęcie „zobowiązania ontologicznego” i możliwość jego sformułowania w kontekście szerszej klasy logik.

2. Logiki nieelementarne

Logika elementarna (tzn. logika pierwszego rzędu) ma wygodne własności metalogiczne, spośród których najważniejszą jest pełność. Jednak ceną, jaką trzeba za to zapłacić jest niewielka moc wyrażeniowa logiki elementarnej. Wiele naturalnych pojęć matematycznych, takich jak pojęcie „skończoności”, „nieskończoności”, „przeliczalności”, „bycia ciałem charakterystyki 0” itd., nie mo-

że zostać wyrażonych w logice elementarnej. Mimo to jednak, dość powszechnie logika elementarna jest uważana za „prawdziwą logikę”. Można tu wskazać dwa zasadnicze powody:

1. W języku pierwszego rzędu zaksjomatyzowano szereg ważnych teorii matematycznych, takich jak arytmetyka Peano czy teoria mnogości Zermelo-Fraenkla. (Argument ten można więc nazwać „argumentem z praktyki matematycznej”).

2. Olbrzymi wpływ na dyskusję filozoficzną miał Quine. W jego mniemaniu, zobowiązania ontologiczne teorii elementarnych są minimalne — zobowiązujemy się tylko do istnienia indywiduów, a nie zbiorów czy relacji. Jego kryterium zobowiązań ontologicznych zostało więc sformułowane dla logiki elementarnej. Quine zdecydowanie opowiadał się za „tezą o logice pierwszego rzędu” (*first-order thesis*), w myśl której klasa pojęć logicznych (w odróżnieniu od pojęć matematycznych czy teoriomnogościowych) jest adekwatnie reprezentowana w logice elementarnej, zaś logika drugiego rzędu, to „teoria mnogości w przebraniu”.

Teza o logice pierwszego rzędu oczywiście zależy od filozoficznych założeń dotyczących roli i statusu logiki (w szczególności od rozstrzygnięcia, czy relacja należenia „ $\in$ ” jest terminem logicznym czy pozalogicznym). Dyskusja filozoficzna nie została zakończona w konkluzywny sposób. Nie wchodząc w szczegóły, można jednak wyróżnić tutaj dwa zasadnicze stanowiska:

1. Logika służy opisowi rozumowań i dedukcji stosowanych w nauce. Zasadniczy jest zatem problem efektywności procedur dowodowych.

2. Logika winna formalizować pojęcia służące do opisu i charakteryzowania struktur. Ważniejszy jest zatem problem siły wyrażeniowej

W tym artykule przyjmuję drugi punkt widzenia, zgodny ze stanowiskiem np. Barwise’a (por. [Barwise 1985]). Twierdzi on, że teza o logice pierwszego rzędu opiera się na nieporozumieniu, myli bowiem cel i przedmiot logiki z jednym z jej narzędzi, gdyż logika elementarna jest po prostu jednym z wielu narzędzi używanych do opisu pojęć stosowanych w rozumowaniach matematycznych. Nie ma powodu, aby wierzyć, że jej status jest w jakikolwiek sposób wyróżniony. Istotne są bowiem możliwości opisanie badanej struktury. Aby stwierdzić, jakie metody okażą się najbardziej efektywne, mamy swobodę w tworzeniu nowych pojęć. Według Barwise’a „nie jest możliwy powrót do tezy, iż logika jest logiką pierwszego rzędu”.

Logika elementarna może być rozszerzana na wiele sposobów, np. poprzez dodanie nowych pojęć (takich jak pojęcie „nieskończoności”, „nieprzeliczalności”, „dobrego porządku”, pojęć probabilistycznych czy topologicznych) jako pierwotnych pojęć semantycznych. Badanie silnych logik pozwala na stwierdzenie, w jaki sposób funkcjonują nowe pojęcia, występujące w naszych teoriach, jakie są ich wzajemne zależności (jest to możliwe dzięki porównywaniu zbudowanych z ich użyciem logik). To z kolei pozwala na bardziej precyzyjny

opis przedmiotu badań. Natomiast ograniczanie badań jedynie do logiki elementarnej zmniejsza szanse na zrozumienie szeregu pojęć, pojawiających się w nauce i w naszym opisie rzeczywistości. Ograniczenie to nie znajduje uzasadnienia w praktyce naukowej. Naukowiec jest gotów zaakceptować takie języki, które umożliwią mu efektywne sformułowanie teorii, skuteczne wyjaśnienie zjawisk; kryterium może nawet być „elegancja” danego formalizmu. Nie będzie skłonny do ograniczania swojego instrumentarium ze względu na specyficzne założenia filozoficzne dotyczące statusu i roli logiki.

Naturalne więc będzie przeanalizowanie problemu zobowiązań ontologicznych w kontekście szerszej klasy logik.

3. Dwie interpretacje kryterium istnienia Quine’a

Zwięźle sformułowanie kryterium zobowiązań znajdziemy w artykule *O poglądach Carnapa na ontologię*: „Bytami, do których zobowiązuje nas dany dyskurs, są te byty, które muszą należeć do przedmiotów reprezentowanych przez zmienne, jeśli twierdzenia akceptowane w tym dyskursie mają być prawdziwe” [Quine 1951, 165].

Sformułowanie to wydaje się jednoznaczne, wymaga jednak dodatkowych uściśleń. Rozważmy bowiem następujący przykład:

Niech T_{lin} składa się z aksjomatów liniowego porządku oraz z nieskończonego zbioru zdań $\{\exists^{2n}x (x < c) : n \in \omega\}$. Jest to teoria sformułowana w języku, którego pozalogiczna część to $\{<, c\}$. W każdym modelu $M \in Mod(T_{lin})$ istnieje obiekt, który ma nieskończenie wiele poprzedników (każdy taki model ma postać $M = (M, <, a)$, więc a — interpretacja stałej c — ma tę własność). Jednak nie można wyrazić tego faktu za pomocą pojedynczego zdania elementarnego. Nie istnieje bowiem zdanie elementarne σ takie, że σ jest prawdziwe dokładnie w tych modelach M , w których istnieje obiekt $a \in M$ mający nieskończenie wiele poprzedników. Pojawia się więc pytanie, czy w związku z tym istnienie obiektu posiadającego nieskończenie wiele poprzedników należy uznać za zobowiązanie ontologiczne teorii T czy nie?

Jest to szczególny przypadek pewnego szerszego problemu opisu: dla analizy problemu zobowiązań istotna jest definiowalność własności obiektów w języku (i szerzej: wyrażalność pewnych pojęć w języku). Może się bowiem zdarzyć, że pewne własności obiektów nie będą mogły być wyrażone w danym języku L , w którym formułowana jest teoria opisująca rzeczywistość (język L jest zbyt ubogi, aby wyrazić wszystkie interesujące pojęcia).

Problem identyfikacji zobowiązań ontologicznych jest ściśle związany z problemem, czym jest własność i jak winny być identyfikowane własności. Rozważmy dwa stanowiska w tej sprawie:

1. Jedyna informacja, jaka nas może interesować, to informacja wyrażalna w ustalonym języku L . Jeśli interesujące nas pojęcia (np. pojęcie „nieskończoności”) nie są wyrażalne w języku L , to własności przedmiotu badań sformuło-

wane z użyciem tych pojęć nie mają sensu; nie mogą być zrozumiane ani nawet sformułowane.

Zgodnie z tym stanowiskiem, wybór systemu pojęć niejako konstytuuje przedmiot badań. Własności przedmiotu badań stanowią logiczne konstrukty, zależne od języka. Nie ma sensu pytać o to, czy w innym języku można byłoby lepiej opisać przedmiot badań, ponieważ pojęcie „własności badanego obiektu” jest konstytuowane przez wybór języka.

2. To, jaki jest przedmiot badań, jest faktem obiektywnym, a zadaniem teorii jest jego opis — w szczególności opis wszelkich możliwych własności, niezależnie od tego, jakich środków formalnych należy w tym celu użyć. Fakt, że w każdym modelu dla T jest obiekt o własności ϕ jest faktem obiektywnym niezależnie od tego, że być może dla sformułowania własności ϕ konieczne jest odwołanie się do środków wykraczających poza język L .

Ten pogląd wydaje się bliższy stanowiska realistycznego, podczas gdy pogląd pierwszy może wywoływać skojarzenia z idealizmem. Nie podejmuję tutaj tego zagadnienia, chcę jedynie wskazać na fakt, że ujęcie w tym artykule jest zdecydowanie bliższe stanowiska 2.

Uznanie, że opis klasy modeli dla L -teorii T może odwoływać się do środków wykraczających poza logikę L , wymusza doprecyzowanie pojęcia „zobowiązania ontologicznego”.

Rozważmy najpierw następującą jego precyzację (interpretację):

Interpretacja I: Istnienie obiektu o własności ϕ jest zobowiązaniem ontologicznym teorii T wtedy i tylko wtedy, gdy ϕ jest własnością wyrażalną w języku elementarnym i w każdym modelu dla T znajduje się obiekt o własności ϕ ($T \models \exists x\phi(x)$, czyli $\text{Mod}(T) \subseteq \text{Mod}(\exists x\phi(x))$).

W myśl tej interpretacji, istnienie obiektu o nieskończenie wielu poprzednikach nie jest zobowiązaniem ontologicznym teorii T_{lin} , gdyż zdanie „ $\exists x(x$ ma nieskończenie wiele poprzedników)” wykorzystuje nieelementarne pojęcia. Interpretacja taka byłaby zgodna z tezą, iż w badaniach powinniśmy ograniczać się jedynie do języka elementarnego i tym samym jedynie do własności definiowalnych środkami elementarnymi. Skoro więc dopuszczalne są jedynie elementarne środki wyrazu, to konsekwentnie jedynie logika elementarna może służyć do wyrażania zobowiązań ontologicznych. To kończy dyskusję problemu zobowiązań.

Interpretacja I nie jest jednak uzasadniona. Wszak w każdym modelu dla T_{lin} faktycznie istnieje obiekt o nieskończenie wielu poprzednikach, czyli T_{lin} semantycznie implikuje istnienie takiego obiektu. Nie da się tego faktu wyrazić elementarnie, ale przecież powinien być on uwzględniony w rozważaniach dotyczących zobowiązań. (Tu przyjmuję założenie, że zobowiązania ontologiczne winny być wyrażane pojedynczymi zdaniami, a nie całymi teoriami). Istnienie takiego obiektu jest jednak wyrażalne w metateorii. Sugeruje to drugą interpretację:

Interpretacja II: Istnienie obiektu o własności ϕ jest zobowiązaniem ontologicznym teorii T wtedy i tylko wtedy, gdy każdy model M dla teorii T zawiera obiekt $a \in M$ o własności ϕ (gdzie ϕ jest własnością definiowalną metateoretycznie).

Interpretacja II pozwala na proste opisanie i zidentyfikowanie (w meta-teorii) zobowiązań ontologicznych i dlatego wydaje się dość atrakcyjna. Zarówno przy Interpretacji I, jak i przy Interpretacji II nie zmienia się klasa badanych modeli — ta klasa modeli jest stała (jest to bowiem po prostu $\text{Mod}(T)$), zmienia się tylko jej opis, a konkretnie klasa własności, które przypisujemy elementom modeli i których egzemplifikację uznajemy za zobowiązanie ontologiczne teorii. Przy Interpretacji I są to tylko własności definiowalne elementarnie. Przy Interpretacji II należałoby uwzględniać wszystkie możliwe własności definiowalne w metateorii. Opis zobowiązań byłby wtedy pełny.

Jednak pomimo swej pozornej atrakcyjności, Interpretacja II nie jest możliwa do utrzymania. Wynika z niej bowiem nieadekwatna definicja zobowiązania ontologicznego. Następujące przykłady stanowią ilustrację tego faktu:

Przykład 1. Rozważmy teorię T_{lin} . Każdy model dla T_{lin} jest nieskończony. Rolę metateorii pełni teoria mnogości, więc modele dla T_{lin} znajdują się w uniwersum mnogościowym, są zatem zbiorami i ich elementy też są zbiorami. Znaczący to, że w każdym modelu M dla T_{lin} jest zbiór dowolnie wysokiego skończonego rzędu¹ (gdyż żaden model M dla T_{lin} nie może — jako zbiór nieskończony — być zawarty w żadnym V_n , dla $n \in \omega$). Czy jednak ten fakt winien zostać uznany za zobowiązanie ontologiczne teorii T_{lin} ? Z pewnością nie — w teorii T_{lin} mamy tylko relację porządku $<$, a nie mówimy o zbiorach, o niepustości zbiorów, o rzędach zbiorów itd. Jednak niewątpliwie metateoretyczne zdanie „W modelu M istnieje zbiór rzędu wyższego niż n ” jest — dla dowolnego n — prawdziwe w każdym modelu M dla teorii T_{lin} (podobnie jak np. zdanie „W modelu M istnieje zbiór niepusty”). Gdyby więc zaakceptować Interpretację II w podanym wyżej sformułowaniu, to wówczas istnienie zbioru rzędu większego niż n (zbioru niepustego itd.) należałoby uznać za zobowiązanie ontologiczne teorii T_{lin} .

Przykład 2. Czy ZFC zobowiązuje się do istnienia nieprzeliczalnej liczby kardynalnej? Oczywiście tak — istnienie takiej liczby głosi jedno z podstawowych twierdzeń ZFC. Rozważmy jednak przeliczalny przechodni model M dla ZFC. Dowolny element $a \in M$ jest co najwyżej przeliczalny. W metateorii możemy więc stwierdzić, że nie istnieje nieprzeliczalny zbiór $a \in M$. Tymczasem, zgodnie z Interpretacją II, aby istnienie takiego obiektu zaliczyć do zobowiązań ontologicznych ZFC, to obiekt taki powinien występować w każdym modelu M dla ZFC. A zatem istnienie nieprzeliczalnej liczby kardynalnej nie jest zobowiązaniem ontologicznym ZFC.

¹ Przez rząd zbioru x określamy najmniejszą liczbę porządkową α taką, że $x \in V_\alpha$.

W pierwszym przykładzie pojawiły się pewne „nadwyżkowe” zobowiązania. W drugim — pewne zobowiązania „zniknęły”. Oba te przykłady opierają się jednak na oczywistym nieporozumieniu. Wprawdzie żaden obiekt $a \in M$ nie jest naprawdę nieprzeliczalny (czyli nieprzeliczalny z punktu widzenia metateorii), ale w każdym modelu dla ZFC postaci $M=(M,E)$ (gdzie $E \subseteq M^2$ jest interpretacją predykatu należenia) istnieją obiekty $a \in M$, które są nieprzeliczalne „z punktu widzenia” $(M,E)^2$. Interpretacją predykatu należenia w modelu M jest relacja $E \subseteq M^2$, która nie musi pokrywać się z należeniem $\in$ w rozumieniu uniwersum V . Kiedy mowa jest o własnościach obiektu a w modelu M , to mowa jest o własnościach relatywnie do modelu M , a nie z jakiegoś „zewnętrznego” punktu widzenia. Pojęcie „nieprzeliczalności” jest zatem interpretowane (na dwa różne sposoby) w (M,E) oraz w $(V,\in)$, w zależności od tego, czy mamy na myśli poziom teorii czy metateorii. Psychologicznym źródłem tego typu możliwego (choć — należy tu przyznać — mało prawdopodobnego) nieporozumienia jest fakt, że rolę metateorii dla teorii mnogości pełni także teoria mnogości.

Z kolei w modelach dla T_{lin} nadajemy interpretację symbolom pozalogicznym teorii T_{lin} , czyli $\{<,c\}$, nie jest natomiast interpretowany metateoretyczny predykat „ $\in$ ”. O obiektach w modelu dla teorii T_{lin} nie myślimy jako o zbiorach — fakt, że „tak naprawdę” są one zbiorami, nie ma znaczenia, nie ma bowiem w naszym języku w ogóle takiej kategorii pojęciowej jak „zbiór”, „ranga zbioru”, „niepustość zbioru” itd. Mówiąc swobodnie, mieszkaniec modelu M nie może rozumieć języka $L(\in)^3$. Jednak, jeśli istnienie obiektu o własności ϕ jest zobowiązaniem ontologicznym teorii T , to mieszkaniec modelu M dla T winien móc zdanie „ $\exists x \phi(x)$ ” zrozumieć, co znaczy po prostu, że można podać warunki semantyczne umożliwiające interpretację tego zdania w modelu M .

Jest to podstawowe założenie metodologiczne, które przyjmuję w tym artykule. Zdanie wyrażające zobowiązanie ontologiczne teorii T musi być interpretowalne w modelach dla T . Warunek ten ogranicza zatem klasę zdań, które można uznać za zdania wyrażające zobowiązania. Aby stwierdzić, czy warunek ten jest spełniony w wypadku danego języka L , konieczne jest rozważenie dwóch problemów:

² Tzn.: w modelu (M,E) spełnione jest zdanie „ a jest nieprzeliczalny”.

³ W ten sposób metaforycznie wyrażam fakt, że brak jest warunków semantycznych umożliwiających zinterpretowanie w strukturze M języka $L(\in)$. Ilustracją tego stwierdzenia jest następujący fakt: w języku, w którym mówimy o świecie tylko w kategoriach kolorów, nie ma sensu mówić o tym, że dany przedmiot jest z metalu, albo nie jest z metalu — nawet jeśli model dla tego języka faktycznie (z punktu widzenia zewnętrznego obserwatora, czyli metateorii) składa się z przedmiotów, które są (albo nie są) metalowe. Wprowadzenie pojęć metateoretycznych przypomina taką właśnie sytuację. To, że zewnętrzny obserwator powie nam, że przedmioty są metalowe, nie ma żadnego znaczenia, gdyż to jego stwierdzenie będzie dla nas niezrozumiałe. W szczególności zdanie „w każdym modelu znajduje się metalowy przedmiot” nie może być uznane za zobowiązanie ontologiczne.

(i) Jakie są pojęcia pierwotne języka L , tzn. jaki jest słownik τ interpretowany w modelu.

(ii) Jakie są warunki prawdziwości zdania σ wyrażającego zobowiązanie ontologiczne.

Ad (i). Musi być spełniony warunek, aby terminy pozalogiczne, występujące w zdaniu σ były interpretowane w modelu M .

Ad (ii). Jest to pytanie o to, jaka semantyka umożliwi interpretację zdania σ w modelu M . Model jest klasyczną strukturą relacyjną $M=(M, \{R_i: i \in I\}, \{f_j: j \in J\}, \{c_k: k \in K\})$, a dana struktura relacyjna może stanowić model dla różnych logik (np: $L(Q_0)$, $L(Q_H)$, $L_{\omega_{1\omega}}$ itd.⁴). Warunki semantyczne dla tych logik są różne. Różnice te wyrażają się w klasie pojęć, które dany obserwator ma do dyspozycji, i zdań, które może interpretować w modelu⁵. To, co można powiedzieć o danym modelu, zależy od tego, jaką wybierzemy logikę, czyli: jaką klasę zdań $L[\tau]$ sformułujemy i jakie warunki semantyczne, aby zdania języka $L[\tau]$ interpretować w $\text{Str}[\tau]$. Środki semantyczne logiki L można interpretować jako odbicie możliwości poznawczych danego „obserwatora”, czyli użytkownika języka $L[\tau]$.

W wypadku zdań metateoretycznych trudność pojawia się już na poziomie problemu (i), bowiem terminy metateoretyczne nie mają interpretacji w modelu. Zdania metateoretyczne nie są więc interpretowane w modelach („zrozumiałe dla mieszkańców modeli”), dlatego Interpretacja II nie może być — w podanej wyżej ogólnej postaci — przyjęta jako definicja zobowiązania ontologicznego. Wprowadzone zostają bowiem pojęcia pozateoretyczne, tymczasem np. „świat linowego porządku” $(M, <)$ opisywany jest wyłącznie w terminach predykatu porządku (interpretowanego w M jako $<$). Wybór języka $L[<]$, jako języka opisującego świat, jest wyborem motywowanym epistemologicznie (lub pragmatycznie): poznawczo dostępne (lub istotne) są jedynie własności obiektów wyrażalne za pomocą predykatu $<$, ale nie żadne inne⁶.

Interpretacja II nie może być zatem przyjęta, jednak rozważania dotyczące metateoretycznego opisu modeli dla analizowanych teorii kierują uwagę na istotny aspekt zagadnienia i pozwalają na sformułowanie „pośredniego” wariantu.

⁴ Logika $L(Q_0)$ to logika z dodanym kwantyfikatorem Q_0 , interpretowanym jako „istnieje nieskończenie wiele”. Zdanie $Q_0x\varphi(x)$ jest prawdziwe w strukturze M , gdy $\{a \in M: M \models \varphi(a)\}$ jest nieskończony. Logika $L(Q_H)$ jest logiką z dodanym rozgałęzionym kwantyfikatorem Henkina. Logika $L_{\omega_{1\omega}}$ to logika, w której można tworzyć nieskończone koniunkcje.

⁵ „Klasa pojęć” to nie to samo, co „zbiór terminów pozalogicznych τ ”. Ten zbiór τ jest wspólny, zmienia się natomiast klasa warunków semantycznych i tym samym — klasa możliwych do sformułowania zdań.

⁶ Posługując się wspomnianą wcześniej analogią (por. przypis 3) istotne są tylko kolory przedmiotów, ale nie materiał, z którego przedmioty zostały wykonane, pomimo iż — patrząc „z zewnątrz” — przedmiotom przysługują również inne cechy, nie tylko kolor. Jednak to, z czego są zrobione, nie jest dostępne poznawczo.

Interpretacja I jest bowiem zbyt restryktywna, zaś Interpretacja II — zbyt szeroka. Wyraża ona jednak ideę, że nie tylko zdania elementarne mogą być ważne w kontekście zobowiązań — że istotne mogą być również niektóre zdania metateoretyczne. Ta intuicja zostanie przeanalizowana i doprecyzowana w dalszej części artykułu.

4. Ogólne uwagi na temat zobowiązań ontologicznych

4.1. Pojęcie „zobowiązania ontologicznego” jest pojęciem metateoretycznym, opisującym pewną relację między teoriami a własnościami. Gdy mówimy, iż istnienie obiektu o własności ϕ jest zobowiązaniem ontologicznym teorii T , mamy na myśli istnienie egzemplifikacji własności ϕ we wszystkich modelach dla T .

Rozważana relacja między teoriami a własnościami jest relacją semantyczną. Interesować nas będzie to, co jest egzemplifikowane w modelach dla T , a nie to, jakie zdania egzystencjalne dają się dowieść w takim czy innym systemie. Prezentowane tu ujęcie jest zatem czysto semantyczne.

4.2. Jak wynika z analizowanych przykładów, formuły elementarne definiują zbyt ubogą klasę własności. Z kolei nie wszystkie metateoretyczne formuły wyrażają zobowiązania. Pojawia się problem identyfikacji formuł metateoretycznych wyrażających zobowiązania czy inaczej — opisu klasy definiowalnych metateoretycznie własności, których egzemplifikację uznamy za zobowiązanie ontologiczne.

4.3. Zasadna i naturalna wydaje się teza, że metateoretyczne zdanie:

(α_1) „W każdym modelu dla T_{lin} jest obiekt będący zbiorem rzędu wyższego niż 500 (lub: obiekt będący zbiorem niepustym)”

nie wyraża zobowiązań teorii T_{lin} , natomiast metateoretyczne zdanie:

(α_2) „W każdym modelu dla T_{lin} jest obiekt mający nieskończenie wiele <-poprzedników”

wyraża zobowiązanie teorii T_{lin} .

Jednak przy Interpretacji II oba te zdania wyrażają zobowiązania T_{lin} ; przy Interpretacji I — żadne z nich. Zarówno Interpretacja I, jak i Interpretacja II są niezadowolające. Należy więc odpowiedzieć na pytanie, kiedy pewien metateoretycznie wyrażalny fakt na temat modeli dla T_{lin} należy uznać za fakt mający znaczenie dla problemu zobowiązań — tj. kiedy fakt ten mówi o egzemplifikacji własności w modelu⁷.

⁷ Można wskazać szereg innych zdań metateoretycznych, które są prawdziwe o modelach nieskończonych $M=(U,<)$, np.:

(β_1) Istnieje funkcja $f:\omega\rightarrow U$ różnowartościowa.

(β_2) Istnieje podzbiór właściwy $U_1\subseteq U$, równoliczny z U .

(β_3) Moc produktu $U\times U$ jest równa mocy U .

Jednak na poziomie języka mówimy wyłącznie o własnościach wyrażalnych w terminach $L[\tau]$.

4.4. Mówiąc o wyrażalności metateoretycznego zdania α za pomocą zdania σ^α języka L , będę miał na myśli następujący fakt:

(*) α jest prawdziwe o modelu M , wtedy i tylko wtedy, gdy σ^α jest prawdziwe w modelu M .

Jest to szczególny przypadek problemu, kiedy metateoretyczna formuła φ , odnosząca się do modeli, ma swój L -odpowiednik σ^φ , taki, że $\varphi(M)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $M \models \sigma^\varphi$. Formalnie rzecz biorąc, pytamy więc, czy formuła metateoretyczna z jedną zmienną wolną φ ma odpowiednik postaci $\psi(x) := x \models \sigma^\varphi$ taki, że twierdzeniem metateorii jest $\forall M [(\varphi(M) \leftrightarrow \psi(M))]$, czyli $\forall M [(\varphi(M) \leftrightarrow M \models \sigma^\varphi)]$.

Fakt wyrażony przez zdanie α_2 nie jest wyrażalny elementarnie, jednak jest wyrażalny np. w języku $L(Q_0)$, za pomocą zdania $\sigma = \exists x Q_0 y (y < x)$. Z kolei zdanie α_1 nie jest wyrażalne w $L(Q_0)$ ⁸. Motywacja dla powyższej definicji jest czytelna: jeśli mamy do czynienia z dokładnie tą samą klasą modeli, to wtedy „treść” zdania metateoretycznego α (którego „odbiciem” jest klasa modeli) odpowiada treści zdania σ^α z logiki L ⁹.

Pojawia się zatem swoisty problem, który nazwę problemem reprezentacji. Problem ten jest analizowany w kontekście pewnej metateorii, w której sformułowane są pojęcia semantyczne dotyczące logiki L , np. pojęcia „modelu”, „spełniania zdania w modelu” itd. Rozważmy bowiem teorię T , pewną logikę L i pewne zdanie metateoretyczne α . Chcemy wiedzieć, czy α jest reprezentowalne w L w sensie (*), tj., czy istnieje $\sigma^\alpha \in L$ takie, że spełniony jest warunek (*). W tym sformułowaniu jest to problem czysto techniczny, którego rozwiązanie zależy od teorii T , zdania α oraz logiki L . Sformułowanie problemu reprezentacji jako problemu technicznego wymaga ustalenia logiki L (klasy L takich logik), dla których problem ten będzie badany. Nie będę się tu zajmował problemem technicznym, lecz filozoficznymi aspektami tego zagadnienia, istotnymi z punktu widzenia problemu zobowiązań.

4.5. Dla problemu zobowiązań istotny jest więc problem reprezentacji metateoretycznych zdań, wyrażających istnienie obiektów o pewnych własnościach

⁸ Nie istnieje takie zdanie σ języka $L(Q_0)$, iż dla dowolnego modelu M , $M \models \sigma$ wtedy i tylko wtedy, gdy M zawiera zbiór rzędu wyższego niż 500.

Zauważmy, że modelami dla teorii liniowego, dyskretnego porządku są np.:

$M_1 = \langle \emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots \rangle$

$M_2 = \langle \omega, \emptyset, \{\omega\}, \{\emptyset\}, \{\{\omega\}\}, \dots \rangle$

$M_3 = \langle \omega, P(\omega), P(P(\omega)), P(P(P(\omega))), \dots \rangle$

„Natura” elementów tych obiektów jest — z punktu widzenia metateorii — różna. Jednak są one izomorficzne z punktu widzenia języka $L[<]$, w którym formułowana jest teoria porządku i jako modele dla T_{lin} nie są one rozróżniane. Jednak tylko w modelu M_3 spełnione jest metateoretyczne zdanie: „Istnieje obiekt mocy nieprzeliczalnej”.

⁹ Jest tu pewna analogia do problemów rozważanych w ramach modalnej teorii korespondencji, w której badana jest zależność między wewnątrzjęzykowymi (modalnymi) zdaniami, a metateoretycznymi warunkami definiującymi relację dostępności między światami.

w modelach dla T . Te zdania, które będą reprezentowane w logikach uznanych za dopuszczalne, uznamy za istotne dla problemu zobowiązań.

Jeśli $\forall M[\varphi(M) \leftrightarrow M \models \sigma]$, tzn., że zdanie $\sigma = \exists x \psi(x)$ jest odpowiednikiem zdania metateoretycznego φ (np.: zdanie $Q_0 x(x=x)$ jest odpowiednikiem stwierdzenia, iż dla dowolnego $n \in \omega$, istnieje zbiór rzędu $\geq n$). Czy zatem teoria T_{lin} faktycznie zobowiązuje się do tego, aby tego typu zbiory istniały, skoro każdy model musi taki zbiór zawierać? Odpowiedź jest negatywna: reprezentowanie zdań metateoretycznych za pomocą L -zdań ma — mówiąc obrazowo — służyć „zapominaniu” nieistotnych (nieдоступnych poznawczo) własności. Przejście $\varphi \rightarrow \sigma^\varphi$ stanowi niejako taki „funktor zapominania” — tzn. zapominamy, że są w modelach takie zbiory, a pamiętamy jedynie o istnieniu obiektu o nieskończeniu wielu poprzedników. Fakt, że w każdym modelu dla T_{lin} znajduje się zbiór nieskończony, jest faktem nieistotnym z punktu widzenia analizy zobowiązań ontologicznych¹⁰. Kiedy rozważamy zdanie $\sigma^\varphi \in L$, to ograniczamy się do własności wyrażalnych w języku L . Ma to czytelną motywację epistemologiczną — metateoria służy bowiem do opisu naszych zdolności poznawczych, jednak świat (model) opisujemy w ramach naszych możliwości poznawczych.

4.6. Logika L , służąca do reprezentowania interesujących nas zdań metateoretycznych α wyrażających zobowiązania ontologiczne teorii T , winna oczywiście umożliwiać interpretację teorii T . Spełnione muszą być więc następujące ogólne warunki metodologiczne, nakładane na semantykę logik, relatywnie do których będziemy formułować pojęcie „zobowiązania ontologicznego”:

(i) Logika L ma umożliwiać rozumienie teorii T , tzn. muszą być dla niej sformułowane warunki semantyczne, umożliwiające interpretację teorii T w strukturach będących modelami logiki L .

(ii) Zdania σ logiki L , wyrażające zobowiązania egzystencjalne teorii T , winny być możliwe do zinterpretowania w modelach dla T . Innymi słowy, semantyka logiki L winna umożliwiać interpretację zdania σ w modelach dla T .

Logiki, jakie będziemy rozważać, różnią się od logiki elementarnej nie w swej części słownika, ale w semantyce (pomijamy aspekty syntaktyczne). Różnice te dotyczą w szczególności siły wyrażeniowej. Na przykład logika $L(Q_0)$ różni się od logiki elementarnej obecnością nowego warunku definicyjnego w semantyce. Klasy L -elementarne (tzn. klasy elementarne z punktu widzenia logiki L — por. następny rozdział) mogą być inne niż dla logiki elementarnej. Natomiast klasa wszystkich struktur $\text{Str}[\tau]$ (przy ustalonym słowniku τ) jest wspólna dla wszystkich rozważanych logik.

Problem reprezentacji ma następującą postać: dla danego metateoretycznego zdania α (uznanego za interesujące z punktu widzenia zobowiązań ontologicznych), znaleźć $\sigma \in L$, reprezentujące α . Nasuwa się pytanie o logikę L : czy

¹⁰ Równoważność: $\forall M[\varphi(M) \leftrightarrow M \models \sigma^\varphi]$ jest równoważnością metateoretyczną, a dopiero w metateorii można mówić o zbiorach, o ich mocy itd.

jest to jakaś ustalona z góry logika? Jakie są metodologiczne ograniczenia na klasę logik L , w której będziemy poszukiwać takiej logiki L (czyli: jakie logiki L są dopuszczalne)? Jakie warunki muszą być spełnione, aby dana logika L była interesująca z punktu widzenia opisu zobowiązań ontologicznych? Taka logika musi spełniać sformułowane wcześniej ogólne warunki metodologiczne (i) i (ii) (jednakże są to jedynie warunki konieczne).

Sądzę, że rozsądną propozycją jest klasa logik badana w ramach tzw. abstrakcyjnej teorii modeli. Dla wygody czytelnika zaprezentuję teraz krótko podstawowe pojęcia, a następnie przedstawię argumenty na rzecz tezy, iż właśnie ten wybór jest właściwy.

5. Podstawowe pojęcia ATM¹¹

5.1. Sygnatura (słownik) składa się z predykatów, symboli funkcyjnych i stałych. Dla dowolnej sygnatury $\tau = (\{P_i: i \in I\}, \{g_j: j \in J\}, \{c_k: k \in K\})$, gdzie $\{P_i\}$ — symbole predykatowe, $\{g_j\}$ — symbole funkcyjne, $\{c_k\}$ — stałe, rozważamy klasę $\text{Str}[\tau]$, składającą się z klasycznych struktur relacyjnych postaci $M = (M, \{R_i: i \in I\}, \{f_j: j \in J\}, \{a_k: k \in K\})$, w których odpowiednie relacje, funkcje i wyróżnione elementy są interpretacjami predykatów, symboli funkcyjnych i stałych.

5.2. Logika L to para $(L, \models_L)$, gdzie L jest odwzorowaniem zdefiniowanym na sygnaturach τ w taki sposób, że $L[\tau]$ jest klasą (jest to klasa L -zdań sygnatury τ), zaś $\models_L$ (relacja L -spełniania) jest relacją między strukturami i L -zdaniami. Relacja $\models_L$ ma następujące własności (i)-(v):

(i) jeśli $\tau \subseteq \sigma$, to $L[\tau] \subseteq L[\sigma]$;

(ii) jeśli $M \models_L \phi$, to $\phi \in L[\tau]$ (τ jest sygnaturą struktury M);

(iii) własność izomorfizmu: Jeśli $M \models_L \phi$, oraz $M' \cong M$, to $M' \models_L \phi$;

(iv) własność reduktu: jeśli $\phi \in L[\tau]$ oraz $\tau \subseteq \tau_M$, to

$M \models_L \phi$ wtedy i tylko wtedy, gdy $M|_{\tau} \models_L \phi$

(v) własność zmiany nazw (*Renaming property*): Niech $\rho: \tau \rightarrow \sigma$ będzie zmianą nazw. Wówczas dla dowolnego $\phi \in L[\tau]$ istnieje zdanie $\phi^{\rho} \in L[\sigma]$, takie że dla wszystkich τ -struktur M :

$M \models_L \phi$ wtedy i tylko wtedy gdy $M^{\rho} \models_L \phi^{\rho}$ ¹²

W powyższej definicji mowa jest wyłącznie o zdaniach. Można jednak również zdefiniować pojęcie „formuły ze zmiennymi wolnymi”.

5.3. Na logiki nakładane są pewne dalsze warunki. Ich celem jest zagwarantowanie, że rozważane logiki mają siłę wyrażeniową nie mniejszą niż logika

¹¹ Dalej skrót ATM będzie oznaczał „abstrakcyjną teorię modeli”. Szczegóły dotyczące ATM można znaleźć np. w [Ebbinghaus 1985].

¹² Swobodnie mówiąc, intuicje, jakie leżą u podstaw (i)-(v), to: (i) wzbogacenie sygnatury powoduje wzbogacenie klasy zdań; (ii) aby zdanie mogło być prawdziwe w strukturze, musi być sformułowane w odpowiednim języku; (iii) jest oczywiste; (iv) dla prawdziwości danego zdania znaczenie mają jedynie te terminy pozalogiczne, które występują w tym zdaniu; (v) zmiana nazw nie zmienia znaczeń.

elementarna oraz że w tych logikach „modelowane” są terminy logiczne logiki elementarnej:

(i) Własność formuł atomowych: dla wszystkich τ i atomowych formuł $\varphi \in L_{\omega\omega}$ (tj. logiki elementarnej) istnieje zdanie $\psi \in L[\tau]$ takie że $\text{Mod}_{L,\tau}(\psi) = \text{Mod}_{L_{\omega\omega},\tau}(\varphi)$;

(ii) Własność negacji. Dla wszystkich τ i wszystkich $\varphi \in L[\tau]$ istnieje zdanie $\psi \in L[\tau]$ takie, że: $\text{Mod}_{L,\tau}(\psi) = \text{Str}[\tau] \setminus \text{Mod}_{L,\tau}(\varphi)$;

(iii) Własność koniunkcji: Dla wszystkich τ i wszystkich $\varphi, \psi \in L[\tau]$ istnieje zdanie $\gamma \in L[\tau]$ takie że $\text{Mod}_{L,\tau}(\gamma) = \text{Mod}_{L,\tau}(\varphi) \cap \text{Mod}_{L,\tau}(\psi)$;

(iv) Własność kwantyfikatora: Jeśli c jest stałą, $c \in \tau$, to dla dowolnego $\varphi \in L[\tau]$ istnieje zdanie $\psi \in L[\tau \setminus \{c\}]$ takie, że dla wszystkich $\tau \setminus \{c\}$ -struktur M , $M \models \psi$ wtedy i tylko wtedy, gdy $(M, a) \models \varphi$ dla pewnego $a \in M$ ¹³.

Z punktu widzenia analiz dotyczących zobowiązań ontologicznych, najbardziej istotna jest własność kwantyfikatora. Swobodnie mówiąc, pozwala nam ona „modelować” zdania egzystencjalne (zdanie ψ „odgrywa rolę” zdania $\exists x \varphi(x)$)¹⁴.

Dla dowolnej logiki L , klasa K modeli nazywa się klasą L -elementarną, jeśli jest zdanie σ logiki L , takie, że $K = \text{Mod}(\sigma)$. Pojęcie klasy elementarnej odgrywa zasadniczą rolę, ponieważ umożliwia nam porównania wyrażeniowej siły logik. Swobodnie mówiąc, logikę L_2 uznamy za silniejszą od logiki L_1 , jeśli rozróżnia więcej klas elementarnych. Fakt ten sprecyzowany jest w postaci następującej definicji:

Powiemy, że logika L_2 jest równie silna jak logika L_1 ($L_1 \leq L_2$), jeśli każda L_1 -elementarna klasa K jest również L_2 -elementarna. L_1 oraz L_2 są równie silne (równoważne — $L_1 \equiv L_2$) jeśli zarówno $L_1 \leq L_2$ jak i $L_2 \leq L_1$. L_2 jest silniejsza od L_1 ($L_1 < L_2$) gdy $L_1 \leq L_2$, lecz nie jest prawdą, że $L_1 \equiv L_2$.

Ponieważ w tym ujęciu identyfikujemy znaczenie zdania z klasą jego modeli, więc fakt, iż $L_1 \leq L_2$, oznacza, że dla dowolnego L_1 -zdania σ_1 , istnieje L_2 -zdanie σ_2 o takim samym znaczeniu, jak σ_1 .

6. Dlaczego problem zobowiązań ontologicznych winien być analizowany w kontekście ATM?

6.1. Logiki abstrakcyjne pokrywają jedynie pewną klasę możliwych logik. W ramach ATM nie są np. rozważane logiki modalne, temporalne, logiki prog-

¹³ Własność formuły atomowej oznacza, że każda z rozważanych logik zawiera formuły o znaczeniu takim, jak elementarne formuły atomowe. Negacja, koniunkcja i kwantyfikator egzystencjalny są „modelowane” za pomocą dopełnień, przecięć i reduktów.

¹⁴ Heurystycznie (choć niekoniecznie formalnie, ponieważ składnia nie musi być dana *explicite*) nowa stała c odgrywa rolę zmiennej wolnej. Znaczy to, że z punktu widzenia słownika τ bez tej stałej c , zdanie $\varphi(c)$ ma to samo znaczenie, co zdanie $\exists x \varphi(x)$. Jest tak, ponieważ $M \models \exists x \varphi(x)$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje element $a \in M$, taki, że $(M, a) \models \varphi(c)$.

ramowania itd. — badane są jedynie logiki, których modele są klasycznymi strukturami relacyjnymi.

Punktem wyjścia prezentowanej koncepcji zobowiązań ontologicznych jest logika elementarna i sformułowane w jej kontekście kwantyfikаторowe kryterium istnienia. Pojawia się pytanie o „kierunek uogólniania” tzn.:

(i) Czy uogólnienie ma polegać na wprowadzeniu dodatkowych operatorów do języka (np.: modalnych, temporalnych itp.) i odpowiedniej modyfikacji klasy modeli?

(ii) Czy pozostać przy takiej samej klasie modeli, ale przy dopuszczeniu silniejszych środków semantycznych.

Tu opowiadam się za drugą możliwością. Modele klasyczne stanowią na tyle szeroką klasę modeli, że mogą służyć do interpretacji szerokiej klasy teorii i modelowania szerokiej klasy zjawisk. Zatem, mimo ograniczenia do modeli klasycznych, ujęcie ATM jest wystarczająco ogólne.

6.2. Dowolna abstrakcyjna logika L jest interpretowana w modelach takiej samej postaci, jak logika elementarna, tzn. w klasycznych strukturach relacyjnych. Dla dowolnej teorii T , której modele są klasyczne (np. teorii w języku elementarnym), zdania logiki L mogą być więc interpretowane w klasie $\text{Mod}(T)^{15}$. W szczególności zdania logiki L , wyrażające zobowiązania ontologiczne teorii T , mogą być interpretowane w modelach dla T — spełniony jest więc podstawowy warunek metodologiczny.

Siła wyrażeniowa logik badanych w ramach ATM jest różna. „Miernikiem” tej siły jest to, jakie są L -elementarne klasy. Im więcej jest klas elementarnych, tym silniejsza jest logika. Z kolei fakt, że w różnych logikach są różne klasy elementarne, ma swoje odbicie w postaci tego, jak bogata jest klasa własności definiowalnych w danej logice. Ogólnie: im więcej jest klas elementarnych, tym więcej jest definiowalnych własności¹⁶.

Ten fakt odgrywa zasadniczą rolę przy dalszych rozważaniach. Pojęcie „własności” jest istotne z punktu widzenia problemu zobowiązań, bowiem samo zobowiązanie ontologiczne wyraża się poprzez egzemplifikację własności. ATM dostarcza zaś środków do tego, aby „uchwycić” (w różnych logikach) różne własności.

6.3. Logiki z dodatkowymi kwantyfikatorami (np.: kwantyfikatorami Henkina, kwantyfikatorami rozgałęzionymi, kwantyfikatorami mocy, kwantyfikato-

¹⁵ Oczywiście, należy pamiętać o zgodności słownika τ teorii T i klasy zdań $L[\tau]$.

¹⁶ Jeśli własność utożsamiamy z formułą z jedną zmienną wolną, to semantycznie rolę takiej wolnej zmiennej odgrywa nowa stała. A zatem ekstensja własności ϕ w modelu M to: $\phi^M = \{a \in M : (M, a) \in \text{Mod}(\phi(c))\}$, gdzie c jest nową stałą (tzn. $c \notin \tau$, gdzie τ jest słownikiem teorii T).

Ekstensje L -własności w modelach to „rzuty” klas L -elementarnych, więc ilość tych definiowalnych L -własności jest pochodną ilości klas L -elementarnych.

rem Changa, Härtiga itd.¹⁷⁾ mają naturalne motywacje filozoficzne, lingwistyczne i matematyczne. Wiele logik abstrakcyjnych, spełniających dość naturalne warunki techniczne, jest równoważnych logikom z dodatkowymi kwantifikatorami, co świadczy o tym, że szeroka klasa logik analizowanych w ramach ATM ma naturalne motywacje.

6.4. W ujęciu ATM można bezpośrednio „wbudować” pewne pojęcia w semantykę i w ten sposób zwiększyć siłę wyrażeniową. Porównywanie siły wyrażeniowej logik pozwala na lepsze zrozumienie tego, jakie są relacje między pojęciami, i w jaki sposób te pojęcia „uczestniczą” w opisie przedmiotu badań.

6.5. Punktem wyjścia rozważań jest koncepcja istnienia Quine’a, w myśl której istnienie nie wyraża się predykatem, ale poprzez kwantyfikator. Tym samym naturalne będzie poszukiwanie takich uogólnień pojęcia „zobowiązania ontologicznego”, które będą zachowywać ten sposób wyrażania istnienia. Szeroką klasę takich logik mamy do dyspozycji właśnie w wypadku logik badanych w ramach ATM. Quine odrzuca substytucyjną interpretację kwantyfikатора. Oczywiście, również w ujęciu ATM kwantyfikator jest interpretowany referencjalnie. Interpretacja substytucyjna jawnie odwołuje się do składni, natomiast w ujęciu ATM zdania egzystencjalne mogą być zadane czysto semantycznie, poprzez własność kwantyfikatora.

6.6. Ujęcie ATM jest ujęciem czysto semantycznym, ma więc podobny charakter, co — będący problemem semantycznym — problem zobowiązań ontologicznych. Teoria T zobowiązuje się do istnienia obiektu o własności φ , jeśli $T \models \exists x\varphi(x)$ (przy czym znaczenie terminu „ $\models$ ” uzależnione jest od logiki i właściwej dla niej semantyki). Nie jest natomiast istotne, jakie pojęcie konsekwencji syntaktycznej zostanie tu przyjęte i czy zdanie $\exists x\varphi(x)$ jest twierdzeniem teorii T , czy nie.

Zaletą ujęcia semantycznego jest też możliwość bardzo prostego porównywania teorii i zdań dwóch dowolnych logik L_1 i L_2 — odbywa się to poprzez klasy modeli. W szczególności sensowne jest powiedzenie, że pewna L_1 -teoria semantycznie implikuje pewne L_2 -zdanie.

Argumenty na rzecz ATM nie przesądzają o konieczności uwzględnienia całej klasy logik badanych w ramach ATM. Możliwe jest ograniczenie się do pewnej podklasy L logik, które uznajemy za szczególnie interesujące. Podane niżej propozycje charakteryzacji zobowiązań również będą obowiązywać, choć prowadzona dalej dyskusja filozoficzna nie zawsze będzie adekwatna w pełnej ogólności.

¹⁷ Kwantyfikatory mocy, to kwantyfikatory wyrażające fakty dotyczące liczności klasy obiektów spełniających formułę (np.: istnieje co najmniej N_α obiektów o własności φ). Kwantyfikator Changa wyraża fakt, że moc zbioru obiektów o własności φ jest równa mocy uniwersum. Kwantyfikator Härtiga wiąże dwie formuły φ i ψ i wyraża fakt, że moc zbioru obiektów spełniających φ jest równa mocy zbioru obiektów spełniających ψ .

7. Definicja zobowiązań w ujęciu ATM

Kryterium Quine’a opiera się na fakcie, iż w języku jest kwantyfikator egzystencjalny, który służy jako „nośnik” zobowiązań. Ta wyróżniona rola kwantyfikatora egzystencjalnego jest uwzględniona w poniższych definicjach. Jeśli składnia nie jest dana *explicite*, wówczas własność kwantyfikatora zapewnia nas, że istnieją klasy L-elementarne pełniące — semantycznie — rolę zdań egzystencjalnych. Tym samym możliwe będzie formułowanie definicji i prowadzenie analiz na poziomie czysto semantycznym.

Rozważmy L_1 -teorię T i logikę L_2 wspólnej sygnatury τ .

Definicja 1. L_1 -zdanie egzystencjalne $\sigma = \exists x\varphi(x)$ jest zobowiązaniem ontologicznym L_1 -teorii T , jeśli $\text{Mod}(T) \subseteq \text{Mod}(\sigma)$ (czyli: każdy model dla T spełnia σ).

W ujęciu Quine’a, istnienie nie jest własnością, ale jest wyrażone przez kwantyfikację. Definicja 1 stanowi więc uogólnienie kryterium Quine’a na szerszą klasę logik. Jedynie kwantyfikator egzystencjalny (pierwszego rzędu) uznawany jest za nośnik zobowiązań. W szczególności np. inne kwantyfikatory nie wyrażają dodatkowych zobowiązań wprost — ich rola polega tylko na zwiększeniu siły wyrażeniowej i klasy definiowalnych własności φ (i tym samym klasy zdań egzystencjalnych $\exists x\varphi(x)$). Samo zdanie $\forall x\varphi(x)$ nie jest tu uznawane za nośnik dodatkowych zobowiązań (choć najczęściej bywa tak, że $\forall x\varphi(x) \Rightarrow \exists x\varphi(x)$). Zobowiązania są identyfikowane przez zdania postaci $\exists x\varphi(x)$.

Definicja 2. L_2 -zdanie egzystencjalne $\sigma = \exists x\varphi(x)$ jest zobowiązaniem ontologicznym L_1 -teorii T , jeśli $\text{Mod}(T) \subseteq \text{Mod}(\sigma)$ (czyli: każdy model dla T spełnia σ).

Definicja 2 stanowi uogólnienie Definicji 1. Oczywiście, uznanie tej definicji za sensowną wymaga przyjęcia założenia, że pomimo iż opisujemy świat w ramach systemu pojęć reprezentowanych w L_1 , to interesujące poznawczo może być badanie tego świata także z punktu widzenia systemu pojęciowego reprezentowanego w logice L_2 . Mówiąc swobodnie, „ L_2 -obserwator” jest lepiej wyposażony, ma silniejsze środki wyrażeniowe i lepiej potrafi opisywać modele dla teorii T .

Definicja 3. L_2 -zdanie egzystencjalne $\sigma = \exists x\varphi(x)$ jest zobowiązaniem ontologicznym L_1 -teorii T , relatywnie do klasy modeli K , jeśli $K \cap \text{Mod}(T) \subseteq \text{Mod}(\sigma)$ (czyli: każdy model dla T , należący do klasy K spełnia σ).

Klasa K jest tu pewną wyróżnioną klasą modeli, np. klasą modeli zamierzonych. Rozważany problem brzmi zatem: jakie L_2 -własności są egzemplifikowane w wyróżnionych modelach dla L_1 -teorii T . W ogólnym wypadku, zobowiązań takich będzie więcej niż „zwykłych” L_2 -zobowiązań (tj. bez ograniczania klasy modeli do klasy K), co wynika stąd, że jeśli $K \subseteq \text{Mod}(T) \subseteq \sigma$, to każde L_2 -zobowiązanie dla T jest też L_2 -zobowiązaniem dla T relatywnie do klasy K . Mogą jednak pojawić się nowe zobowiązania, gdyż fakt, że $K \subseteq \sigma$ (gdzie σ jest L_2 -zdaniami egzystencjalnym) nie implikuje, iż $\text{Mod}(T) \subseteq \sigma$.

8. Komentarz

8.1. Zobowiązania ontologiczne to zobowiązania klas modeli

Definiując L-zobowiązania ontologiczne teorii T wychodzimy od klasy jej modeli $K = \text{Mod}(T)$ i badamy, dla jakich L-własności φ zachodzi $\text{Mod}(T) \subseteq \text{Mod}(\exists x\varphi(x))$. Badania zobowiązań można prowadzić dla dowolnej klasy modeli K niezależnie od tego, przez jaką teorię T ta klasa została scharakteryzowana. Znaczenie zdania jest utożsamiane z klasą jego modeli — zdania σ_1 i σ_2 z logik L_1 i L_2 są traktowane jako swoje odpowiedniki, jeśli $\text{Mod}(\sigma_1) = \text{Mod}(\sigma_2)$. „Tłumaczenie” odbywa się na poziomie zdań poprzez identyfikowanie klas modeli, co umożliwia proste porównywanie siły wyrażeniowej logik. Ujęcie ATM jest ujęciem czysto ekstensjonalnym. W szczególności pojęcie zobowiązań jest pojęciem czysto ekstensjonalnym — L-zobowiązania dwóch teorii T_1, T_2 o tej samej klasie modeli są identyczne niezależnie od tego, że mogło się zdarzyć, iż teorie te były formułowane „z różnymi intencjami” i miały służyć uchwyceniu różnych treści.

8.2. Relatywność pojęcia „zobowiązania ontologicznego”

Fakt, że obiekt ma pewne własności jest faktem zrelatywizowanym do danego modelu. Nie ma sensu mówienie o „prawdziwych” własnościach obiektu $a \in M$ w oderwaniu od modelu M . Obiekty zatem jedynie „grają rolę” w modelach, w których interpretowany jest słownik τ teorii T . Interpretacja I jest sprzeczna z tym punktem widzenia, gdyż przy Interpretacji I rozważamy pewne definiowalne metateoretycznie własności obiektów $a \in M$, tzn. własności obiektów z punktu widzenia metateorii, a więc z punktu widzenia uniwersum mnogościowego, w którym mieszczą się modele dla T .

Kiedy mówimy o zobowiązaniu ontologicznym teorii T , mamy na myśli egzemplifikację pewnej własności φ w modelach dla T . Własność φ jest zdefiniowana w pewnym języku. Klasa zobowiązań ontologicznych (czyli egzemplifikowanych własności) zależy więc od logiki, względem której te zobowiązania będą badane. Różnice dotyczą opisu klasy $\text{Mod}(T)$, a konkretnie opisu klasy własności, które są egzemplifikowane w $\text{Mod}(T)$. To, że jest więcej L_2 -zobowiązań niż L_1 -zobowiązań znaczy więc tylko tyle, że w ramach L_2 można zdefiniować więcej niż w logice L_1 własności φ takich, że $\text{Mod}(T) \subseteq \text{Mod}(\exists x\varphi(x))$. Dotyczy zatem sposobu opisu struktur, a nie samych struktur — pojęcie „zobowiązania ontologicznego” jest bowiem zrelatywizowane do konkretnej logiki. Oryginalne ujęcie Quine’a — o ile poprawna jest Interpretacja I jako jego odczytanie — mówi więc po prostu o $L_{\omega\omega}$ -zobowiązaniach (gdzie $L_{\omega\omega}$ to logika elementarna).

9. Podsumowanie

9.1. W ujęciu Quine’a, kryterium zobowiązań ontologicznych sformułowane jest w kontekście logiki elementarnej. To ograniczenie nie jest jednak naturalne i uzasadnione.

9.2. Dopuszczenie wszelkich wyrażalnych metateoretycznie zdań egzystencjalnych prowadzi również do niepożądanych wniosków. Rozważania epistemologiczne sugerują, że tylko część spośród tych zdań jest istotna dla problemu, co znajduje swoje odbicie w problemie reprezentacji.

9.3. Pojęcie „zobowiązania ontologicznego” jest pojęciem metateoretycznym, opisującym relację między teoriami a egzemplifikowanymi własnościami. Pojawia się pytanie, o jakiej klasie własności można myśleć w takim kontekście.

9.4. Za istotne można uznać własności wyrażalne w logikach, których semantyka spełnia naturalne warunki metodologiczne, umożliwiające „rozumienie” badanej teorii T i zarazem interpretowanie zdań wyrażających zobowiązania w modelach dla T .

9.5. Twierdzę, że interesującą w tym kontekście klasą logik jest klasa logik badanych w ramach abstrakcyjnej teorii modeli, gdyż:

(i) Stanowią one uogólnienia logiki elementarnej, uzyskane poprzez wzmocnienie środków semantycznych.

(ii) Modele dla logik abstrakcyjnych to klasyczne struktury relacyjne, co umożliwia naturalne porównywanie siły wyrażeniowej i badanie relacji wynikania semantycznego.

(iii) Logiki te umożliwiają bezpośrednią analizę funkcjonowania nieelementarnych pojęć „wbudowanych” w semantykę.

(iv) Ujęcie to jest zgodne z Quine’a koncepcją istnienia i referencjalną interpretacją kwantyfikatora.

9.6. Definicje L_2 -zobowiązań L_1 -teorii, (a także wersja zrelatywizowana do klasy modeli zamierzonych) są proste i naturalne. Motywowane są obserwacją, że klasa modeli zdefiniowanych za pomocą środków semantycznych jednej logiki może być też analizowana za pomocą silniejszych środków semantycznych i że badania takie są interesujące.

9.7. Ujęcie ATM jest ujęciem czysto ekstensjonalnym — zobowiązania teorii T zależą jedynie od klasy jej modeli, a nie od sformułowania teorii. W szczególności dwie teorie o tej samej klasie modeli mają te same zobowiązania niezależnie od tego, że mogły być formułowane „z różnymi intencjami”. Pojęcie „zobowiązania ontologicznego” jest pojęciem zrelatywizowanym do danej logiki L , zaś fakt, że dana teoria T ma pewne L -zobowiązanie ontologiczne oznacza, że pewna L -własność jest egzemplifikowana w modelach.

9.8. W związku z tak sformułowanym uogólnieniem kryterium zobowiązań ontologicznych pojawia się szereg dalszych pytań:

(i) Czy posługiwanie się silniejszymi środkami semantycznymi niesie za sobą zobowiązania do obiektów innych kategorii ontologicznych (jak zbiory lub funkcje)?

(ii) Co to są własności? Jak są identyfikowane i opisywane?

Zagadnienia te podejmowane są w pracy [Wójtowicz 200?].

Bibliografia

- Barwise J., [1985], *Model-theoretic Logics: Background and Aims*, w: Barwise J., Feferman S. (red.) *Model-theoretic Logics*, Springer-Verlag, s. 3-23.
- Ebbinghaus H.-D., [1985], *Extended Logics. The General Framework*, w: Barwise J., Feferman S. (red.) *Model-theoretic Logics*, Springer-Verlag, s. 25-76.
- Quine W.V.O., [1951] *O poglądach Carnapa na ontologię*, w: Stanosz B. (red.): *Empiryzm współczesny*, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1991, s. 163-172.
- Wójtowicz K., [200?] *Obiekty wyższych rzędów a zobowiązania ontologiczne*, „Przegląd Filozoficzny” (przyjęte do druku).

On the concept of ‘ontological commitment’

The notion of ‘ontological commitment’ is discussed. Quine’s original criterion applies to elementary logic only. This restriction is not justified, however, as one can give quite natural examples of non-elementary commitments. Thus the problem of representation of metatheoretical notions in a suitable language is discussed. In particular it is shown that the most natural class of logics for which Quine’s existence criterion can be generalized is the class of abstract logics (investigated within abstract model theory). Some general definitions of the notion of ‘ontological commitment’ are then given and related philosophical problems are discussed.