

Jacek Malinowski

Semantyka algebraiczna a mechanika kwantowa

Semantyka algebraiczna jest jedną z tych gałęzi logiki, które rozwijają się najbardziej intensywnie. Wyniki w tej dziedzinie mają jednak najczęściej charakter czysto formalny, a przy tym wykorzystują zwykle na tyle zaawansowane metody matematyki, że ich zrozumienie jest trudne dla niespecjalistów. Celem niniejszej rozprawy jest prezentacja pewnego oryginalnego i niezwykle intuicyjnego zastosowania semantyki algebraicznej, które umożliwia naturalne przejście od eksperymentu fizycznego do semantyki algebraicznej. Metoda ta pochodzi z prac C. Pirona¹. Przedstawimy ją w niniejszej rozprawie w uogólnionej postaci, a następnie zastosujemy do prezentacji własności systemów logicznych wyznaczonych semantycznie przez kwantowe układy fizyczne liniowej polaryzacji światła. W szczególności, przedstawimy pewne własności krat ortomodularnych wyznaczonych przez kwantowe układy fizyczne. Zaprezentujemy też pewne logiczne i filozoficzne konsekwencje tych własności.

Najprostszą semantyką algebraiczną jest semantyka wartości logicznych dla logiki klasycznej. Składają się na nią wartości logiczne prawdy i fałszu, zwykle oznaczane dla prostoty symbolami 1 i 0. Na takim zbiorze wartość logicznych określa się działania, które odpowiadają spójnikom logiki klasycznej. Otrzymujemy tym sposobem jedną z najważniejszych struktur algebraicznych — dwuelementową algebrę Boole'a. W tej semantyce ze zdaniami stowarzyszone są elementy algebry Boole'a, a sprawdzanie prawdziwości zdań sprowadza się do dokonywania odpowiednich obliczeń algebraicznych.

Mimo swej prostoty semantyka dwuwartościowa jest typowym przykładem semantyki algebraicznej. Wyraźnie widać tutaj to, co stanowi jej istotę: badanie związków logicznych pomiędzy zdaniami sprowadza się do obliczeń algebraicznych. Naturalnym uogólnieniem semantyki dwuwartościowej jest semantyka dla logik wielowartościowych. Definiowanie wartości logicznej zdań złożonych w terminach trzech wartości logicznych wyznacza strukturę algebraiczną, która

¹ C. Piron, *Axiomatique Quantique*, „*Helvetica Physica Acta*”, vol. 37, 1964, s. 439–468; *On the Logic of Quantum Logic*, „*Journal of Philosophical Logic*”, vol. 6, 1977, nr 4, s. 481–484.

stanowi semantykę algebraiczną tej logiki. W przypadku trójwartościowej logiki Łukasiewicza jej działania określone są następująco:

$\rightarrow$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\neg$
0	1	1	1	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$	1	0

Semantyka algebraiczna jest zatem metodą badawczą, która pozwala stosować metody matematyki dla badań logicznych. Naturalne jest zatem pytanie o zasięg tej metody. Logika klasyczna i logiki wielowartościowe w naturalny sposób odpowiadają pewnym systemom algebraicznym. Jednak wiele ważnych systemów logicznych nie posiada naturalnej interpretacji w terminach wartości logicznych. Logiki modalne i intuicjonizm są przykładami takich systemów. Z drugiej strony, odpowiedniość pomiędzy logiką klasyczną a jej semantyką algebraiczną nie jest jednoznaczna. Logikę klasyczną wyznaczają bowiem równie dobrze inne systemy algebraiczne, na przykład czteroelementowa algebra Boole'a.

Okazuje się, że semantykę algebraiczną (w wyżej określonym, ogólnym i nietechnicznym rozumieniu tego terminu) można skonstruować dla każdego systemu logicznego. Otóż jeżeli w danym systemie logicznym utożsamimy te zdania, które wzajemnie z siebie wynikają, to to, co powstało w wyniku tego utożsamienia, możemy traktować jako nowy obiekt, niezależny od sposobu, w jaki powstał. Na zbiorze wszystkich takich obiektów można w naturalny sposób zdefiniować działania odpowiadające operacjom logicznym wyjściowego systemu. Tak zdefiniowany system algebraiczny nazywany jest algebrą Lindenbauma danego systemu. Można abstrahować od pochodzenia tych algebr i badać je metodami czysto algebraicznymi — ustala się w ten sposób pomost między logiką i algebrą. Różne systemy logiczne generują w ten sposób różne algebry — logika klasyczna generuje algebry Boole'a, logika intuicjonistyczna — algebry Heytinga, modalna logika $S4$ — topologiczne algebry Boole'a itd. Ten sposób prowadzenia badań logicznych ma w Polsce bogatą tradycję. Siega ona lat trzydziestych i wyrasta z prac Lindenbauma i Tarskiego. Po wojnie badania w tym duchu prowadzone były przez Rasiową, Sikorskiego, Wójcickiego i wielu innych logików w tym autora niniejszej rozprawy.

Przedstawiona koncepcja semantyki algebraicznej okazała się niezwykle owocna jako narzędzie badań logicznych. Jednak prezentacja wyników badań w tej dziedzinie nie jest przedmiotem niniejszej rozprawy. Naszym celem jest przedstawienie odmiennego sposobu konstrukcji semantyki algebraicznej, który w poglądowy sposób pozwala na bezpośrednie zastosowania w naukach szczegółowych.

Przejdźmy do koncepcji Pirona, która jest najważniejsza dla rozważań tej pracy. Piron traktuje układ fizyczny w następujący sposób:

Przyjmujemy realistyczny punkt widzenia. System fizyczny jest tym, czym jest. Może on mieć rozmaite własności i to, czy są one komuś znane, czy nie, nie zmienia ich w żaden sposób — nie zmienia samej rzeczywistości. Naszym celem jest opisanie własności układu, nie jest nim natomiast wyjaśnienie tego, jak fizyk buduje swoją wiedzę o systemie. Kiedy fizyk dochodzi do przekonania, że system posiada taką, a nie inną własność, sprawdza to, przeprowadzając odpowiedni eksperyment. Jeśli eksperyment potwierdza jego oczekiwania, wiedza, jaką fizyk posiada o danym układzie, istotnie się zwiększa. Jeśli zaś wyniki eksperymentu rozmiągają się z jego oczekiwaniami, fizyk stwierdza, że się pomylił i odpowiednio modyfikuje przekonania. Wynika stąd, że możliwa jest definicja własności układu w terminach odpowiedniego eksperymentu².

Piron przyjmuje realistyczny punkt widzenia na eksperyment fizyczny. Zgodnie z koncepcją Pirona, fizyk bada układ fizyczny, którego własności nie zależą od tego, czy są komuś znane, czy nie — są one realne. Przeprowadzając eksperyment, fizyk stara się dowiedzieć czegoś więcej o układzie. Eksperyment dostarcza informacji o własnościach układu. Nas interesować będą wyłącznie eksperymenty, które potwierdzają lub obalają zadaną z góry hipotezę. Są one w gruncie rzeczy pytaniami zadawanymi naturze, są przy tym pytaniami rozstrzygnięcia — takimi pytaniami, na które jedynymi możliwymi odpowiedziami są „tak” lub „nie”. Dowolny eksperyment tego typu nazywać będziemy pytaniem. Powiemy, że pytanie jest prawdziwe, gdy jego wynik (jako eksperymentu) jest pozytywny oraz fałszywe, gdy jest on negatywny.

Zakładamy zatem, że dany jest pewien układ fizyczny, w którym przeprowadzany jest eksperyment. Zakładamy też, że własności tego układu formułowane będą w języku, który nazywać będziemy językiem układu fizycznego i którego operacje logiczne oznaczane są symbolami spójników klasycznego rachunku zdań. Rolę zmiennych zdaniowych pełnią w tym języku elementarne, nierozkładalne pytania danego układu. Nie zakładamy, że operacje języka układu posiadają własności operatorów logiki klasycznej. Nie zakładamy żadnych ich własności. Będą one bowiem wyznaczone przez dany układ fizyczny.

Niech 1 i 0 oznaczają pytania (stałe), na które odpowiedź, niezależnie od przebiegu eksperymentu, brzmi odpowiednio: „tak” i „nie”. Zatem 1 i 0 są odpowiednio zawsze prawdziwe i zawsze fałszywe. Przyjmijmy ponadto, że dla dowolnych pytań P, Q $P \leq Q$ wtedy i tylko wtedy, gdy pytanie Q ma odpowiedź „tak”, jeśli tylko P ma odpowiedź „tak”. Pytania P i Q nazywamy równoważnymi $P \equiv Q$ wtedy i tylko wtedy, gdy $P \leq Q$ oraz $Q \leq P$. Oczywiście pytania równoważne mają zawsze te same odpowiedzi. Jeśli utożsamić wszystkie pytania równoważne danemu pytaniu P , otrzymamy pewien obiekt, który będziemy

² C. Piron, *Axiomatique Quantique*, dz. cyt., s. 439; przekład mój — J. M.

nazywać sądem w sensie logicznym). Sąd jest prawdziwy, gdy choć jedno (lub — co w tym wypadku na to samo wychodzi — każde) odpowiadające mu pytanie jest prawdziwe; w przeciwnym wypadku sąd ten jest fałszywy. Sądy prawdziwe w danym układzie odpowiadają aktualnym własnościom układu, zaś inne sądy — własnościom potencjalnym. Negacją pytania P nazywamy pytanie $\neg P$ takie, że $\neg P$ jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy P jest fałszywe. Negacją sądu a wyznaczonego przez pytanie P nazywamy sąd wyznaczony przez pytanie $\neg P$. Relacja $\leq$ określona na zbiorze wszystkich pytań w naturalny sposób przenosi się na relację na zbiorze wszystkich sądów, którą oznaczać będziemy tym samym symbolem $\leq$.

Relacja $\leq$ jest relacją częściowego porządku na zbiorze wszystkich sądów. Co więcej, relacja ta wyznacza na tym zbiorze strukturę kraty L , którą będziemy nazywać kratą układu. Tym samym w kracie L mamy dane kratowe operacje kresy dolnego i górnego oznaczane odpowiednio przez $\wedge$ i $\vee$. Piron udowodnił, że niezależnie od tego, z jakim układem mamy do czynienia, krata L posiada następujące własności:

- a) $a \wedge b$ jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy a jest prawdziwe i b jest prawdziwe. Co oznacza, że operator $\wedge$ posiada, niezależnie od własności układu, wszystkie własności klasycznego spójnika koniunkcji.
- b) $a \vee b$ jest prawdziwe, jeśli a jest prawdziwe lub b jest prawdziwe. Zwróćmy uwagę, że na to, aby $\vee$ było klasycznym spójnikiem koniunkcji potrzeba więcej. Musiałoby mianowicie zachodzić także wynikanie w przeciwną stronę: jeśli $a \vee b$ jest prawdziwe, to a jest prawdziwe lub b jest prawdziwe. To zaś, jak pokazuje następna własność, nie w każdym układzie zachodzi.
- c) Na to, aby zachodził warunek $a \vee b$ jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy a jest prawdziwe lub b jest prawdziwe, potrzeba i wystarcza, aby L była kratą dystrybutywną. Własność ta dostarcza eleganckiego algebraicznego kryterium klasyczności operatora $\vee$ — jest on spójnikiem klasycznej alternatywy dokładnie w takich układach, których krata jest dystrybutywna.
- d) Jeśli dla dowolnego sądu a , a jest sądem prawdziwym lub jego negacja a' jest prawdziwa, to L jest algebrą Boole'a. Zwróćmy uwagę, że jeśli L nie jest kratą dystrybutywną, to operator $\vee$ nie jest klasyczną alternatywą i w tym wypadku powyższa własność nie jest równoważna własności: dla dowolnego a , $a \vee a'$ jest prawdziwe.

Powyższa charakterystyka operatorów języka układu pozwala odpowiedzieć, niejako doświadczalnym sposobem, jaką logiką rządzi się dany układ fizyczny. Postać kraty układu zależy od samego układu fizycznego, jednocześnie algebraiczne własności tej kraty pozwalają nam wyznaczyć semantyczne własności operatorów logicznych, a tym samym logikę tego układu.

PRZYKŁAD 1. Układ klasyczny — ważenie.

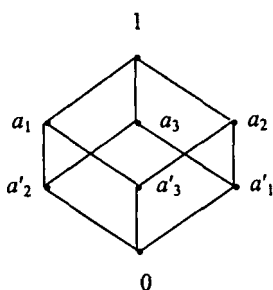
Ważymy przedmioty i przypisujemy każdemu jedną z trzech kategorii, lekki (lżejszy niż 1 kg), średni, ciężki (cięższy niż 10 kg). Rozważmy następujące pytania—eksperymenty:

P_1 : Czy (przedmiot) jest lekki? P_2 : Czy jest średni? P_3 : Czy jest ciężki?

Każde w powyższych pytań jest równoważne nieskończeniu wielu innym pytaniom. Na przykład P_1 jest równoważne $\neg P_2 \wedge \neg P_3$ itd. Utożsamiamy równoważne pytania otrzymując w ten sposób zbiór sądów tworzących kratę układu. Oczywiście są następujące własności układu: jeśli przedmiot jest lekki, to nie jest ani średni, ani ciężki. Każdy przedmiot jest lekki lub średni, lub ciężki. Żaden przedmiot nie jest jednocześnie lekki, średni i ciężki. W formalnym zapisie w terminach operacji kratowych mamy zatem na przykład:

$$a_1 \wedge a_2 \wedge a_3 \equiv 0, \quad a_1 \vee a_2 \vee a_3 \equiv 1, \quad (a_1 \vee a_2)' \equiv a_3.$$

Krata tego układu jest ośmioelementową algebrą Boole'a (patrz rysunek 1). W konsekwencji, na mocy twierdzenia Pirona, operacje kratowe kresu dolnego i kresu górnego odpowiadają klasycznym spójnikom koniunkcji i alternatywy, dopełnienie zaś — klasycznej negacji. $P \wedge Q$ ma zatem odpowiedź „tak” dokładnie wtedy, gdy zarówno P , jak i Q mają odpowiedź „tak”. $P \vee Q$ ma odpowiedź „tak” dokładnie wtedy, gdy co najmniej jedno ze zdań P , Q ma odpowiedź „tak”. Wszystkie spójniki mają więc własności spójników logiki klasycznej. Logika tego układu jest zatem logiką klasyczną.



Rys. 1

Przedstawiony powyżej układ opisuje własności bardzo prostego eksperymentu. Zauważmy jednak, że eksperyment ten ma podobną strukturę, co inne, nawet bardzo złożone eksperymenty fizyczne. Istotą eksperymentu jest pomiar jednej lub wielu wielkości. W omawianym przykładzie również, w pewnym sensie, dokonujemy pomiaru. Jest on co prawda na tyle niedokładny, że bardziej niż pomiar, przypomina jakościowe oszacowanie. Jednak można łatwo tak zmodyfikować eksperyment, aby rzeczywiście dotyczył pomiaru. Zastąpmy mianowicie bazowe trzy pytania pytaniami:

P_n : Czy (przedmiot) waży n gramów $\pm$ pół grama?

dla $0 \leq n \leq 1000$. Tutaj mamy już z pewnością do czynienia z pomiarem. Co więcej, widać, że dowolnie dokładny pomiar można wyrazić w podobny sposób. Struktura kraty nie ulegnie zmianie w takim przypadku. Wciąż będzie to algebra Boole'a. Będzie ona jednak miała nie 8, lecz 2^{1001} elementów. Choć nie da się jej narysować, nie przestanie przez to być algebrą Boole'a. Podobnie prosta modyfikacja pozwoli uwzględnić pomiar większej niż jedna liczby wielkości. W tym właśnie przypadku można się spodziewać wyników, których struktura będzie wyraźnie różna w zależności od tego, czy dany układ będzie miał charakter kwantowy, czy klasyczny. Wiąże się to bezpośrednio z zasadą nieoznaczoności Heisenberga.

PRZYKŁAD 2. Układ kwantowy — liniowa polaryzacja światła.

Doświadczenie polega na wysyłaniu wiązki fotonów w kierunku polaryzatora nachylonego pod kątem ϕ względem płaszczyzny polaryzacji. Niech $Z \subseteq [0, 180^\circ)$ oznacza zbiór dopuszczalnych kątów nachylenia, to znaczy tych kątów nachylenia, które rzeczywiście uwzględnia eksperyment. Może to być zbiór wszystkich liczb z przedziału $[0, 180^\circ)$, jednak będzie to raczej pewien jego skończony podzbiór. Pytaniami układu są dowolne pytania postaci:

P_ϕ : Czy foton przechodzi przez polaryzator nachylony pod kątem ϕ , gdzie $\phi \in Z$.

Dla uproszczenia symboliki nie będziemy wprowadzać oddzielnych symboli na oznaczenie sądów i pytań uznając, że kiedy mowa jest o sądzie P , to sądem tym jest zbiór pytań równoważnych z P . Doświadczenie pozwala stwierdzić, że niemożliwe jest otrzymanie serii fotonów przechodzących równie dobrze przez polaryzator nachylony pod kątem ϕ , jak przez polaryzator nachylony pod innym kątem. Zatem dla różnych kątów ϕ i ψ pytanie $P_\phi \wedge P_\psi$ jest zawsze fałszywe — równoważne 0. Można również wykazać, że $\neg P_\phi = P_{\phi+90^\circ}$.

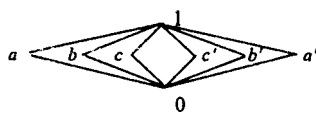
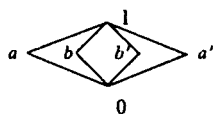
W kracie układu operacja dopełnienia definiowana jest jako $P'_\phi = P_{\phi+90^\circ}$. Ostateczna postać kraty układu zależy od liczności zbioru Z . Gdy jest on dwuelementowy, kratą układu jest niżej przedstawiona krata MO2, gdy ma on n elementów — krata MOn (dla $n=3$ jest to krata MO3 z rysunku poniżej). Gdy Z zawiera wszystkie liczby z przedziału $[0, 180^\circ)$ krata układu zawiera continuum atomów (będących jednocześnie ko-atomami).

Operator $\vee$ jest wyznaczony w tej kracie za pomocą operatorów $\wedge$ i $\neg$ oraz prawa de Morgana: $P \vee Q = \neg(\neg P \wedge \neg Q)$.

Otrzymana krata układu nie jest dystrybutywna. Zauważmy bowiem, że $a' = (a \vee b) \wedge a' \neq (a \wedge a') \vee (b \wedge a') = 0$. W konsekwencji operacja kresu górnego nie odpowiada klasycznej alternatywie, a operacja dopełnienia nie odpowiada klasycznie rozumianej negacji.

MO2

MO3



Rys. 2

Wyraźnie widoczna jest strukturalna różnica pomiędzy kratami układów z przykładów 1 i 2. Eksperyment z przykładu 1 jest zgodny z prawami mechaniki klasycznej. Jego krata potwierdza powszechnie akceptowaną tezę o adekwatności logiki klasycznej dla mechaniki klasycznej. Zjawisko fizyczne badane w przykładzie 2 jest typowym zjawiskiem kwantowym. Nie da się ono wyjaśnić za pomocą praw mechaniki klasycznej. Krata tego układu wskazuje na konieczność stosowania dla jego opisu innej, nieklasycznej logiki. Inne kwantowe układy fizyczne prowadzą oczywiście do innych krat, które wyznaczają na ogół inne logiki. Jaka zatem jest właściwa logika układów kwantowych? Odpowiedź na to pytanie może przynieść jedynie badanie krat konkretnych eksperymentów. Zwykle wyniki eksperymentalne dostarczają nam wiedzy o strukturze świata. Wyniki prezentowane w niniejszej rozprawie pokazują, że (i jak) w przypadku mechaniki kwantowej wyniki eksperymentu mogą dostarczyć także wiedzy o logice, jaka tym światem rządzi.

Pozostałą część pracy poświęcimy omówieniu klasy tych krat, które mogą być wyznaczone przez kwantowe układy fizyczne. Z ogólnych praw rządzących mechaniką kwantową wynika³, że kraty układów kwantowych to te kraty, które mają tę samą strukturę, co kraty domkniętych podprzestrzeni ośrodkowych przestrzeni Hilberta, a te ostatnie wyznaczają, to znaczy mają te same własności logiczne, co kraty ortomodularne.

Kratą ortomodularną nazywamy taką kratę, w której zdefiniowana jest operacja dopełnienia spełniająca prawa de Morgana⁴, prawo podwójnego przeczenia, prawo wyłączonego środka, a ponadto warunek $x \vee (x' \wedge (x \vee y)) = x \wedge y$ ⁴. Kraty układu liniowej polaryzacji światła, opisane w pierwszej części pracy, są kratami ortomodularnymi. Co więcej, są to kraty ortomodularne szczególnie ważne z punktu widzenia algebry.

Każdą kratę ortomodularną, w tym oczywiście kraty eksperymentów, można traktować jako macierz logiczną przyjmując, że jedynym elementem wyróżnionym jest 1. Dowolna klasa krat ortomodularnych wyznacza logikę. W pozostałej części pracy przez logikę będziemy rozumieć strukturalną operację konse-

³ G. Birkhoff, J. von Neumann, *The Logic of Quantum Mechanics*, „Annals of Mathematics”, vol. 37, 1936, s. 823–843.

⁴ Pełny wykład przedmiotu zawiera monografia: G. Kalmbach, *Orthomodular Lattices*, Academic Press, London 1983.

kwencji⁵. Pomijając dokładne definicje, przyjmijmy, że logika jest silniejsza niż inna logika, gdy z danego (dowolnego) zbioru przesłanek pozwala wywnioskować więcej. Logika wyznaczona przez algebrę Boole'a z przykładu pierwszego (jest to logika klasyczna) jest w tym sensie silniejsza niż logika wyznaczona przez kratę liniowej polaryzacji światła. Można też łatwo udowodnić, że krata MO2 z lewej strony rysunku 2 wyznacza logikę silniejszą niż krata MO3 z prawej strony tego rysunku. Pełna logika sprzeczna, w której zbiór wszystkich zdań jest konsekwencją dowolnego zbioru przesłanek, jest najsilniejsza spośród wszystkich logik — wszystko można tu wywnioskować. Oczywiście często bywa tak, że dwie logiki są nieporównywalne w tym sensie. Dotychczas nie wiadomo, która spośród logik wyznaczonych przez kraty ortomodularne jest „właściwą” logiką kwantową. Jest jasne, że „właściwa” logika kwantowa jest silniejsza od logiki wyznaczonej przez wszystkie kraty ortomodularne i — oczywiście — słabsza niż logika klasyczna. Pomiedzy nimi istnieje nieskończenie wiele logik⁶. Otwarte jednak pozostaje wciąż pytanie o jednoznaczny opis logiki układów kwantowych.

Fakt, iż pomiędzy pełną logiką sprzeczną a logiką klasyczną nie ma żadnej innej logiki, jest znanym twierdzeniem o maksymalności, funkcjonującym też jako twierdzenie o zupełności w sensie Posta logiki klasycznej. Omówimy je tutaj dokładniej.

Niech *Taut* oznacza zbiór wszystkich tautologii klasycznego rachunku zdań. Niech *Z* będzie zbiorem zdań zamkniętym na podstawienia i regułę odrywania, istotnie szerszym niż *Taut*. Istnieje wtedy zdanie *P*, które nie jest tautologią, ale należy do *Z*. Zatem przy pewnym wartościowaniu zdanie *P* ma wartość logiczną 0. Niech *P'* będzie zdaniem, które powstaje przez podstawienie w zdaniu *P* zdania $p \wedge \neg p$ (*p* jest zmienną zdaniową) w miejsce tych zmiennych, dla których wartościowanie to przyjmuje wartość 0 oraz $p \vee \neg p$ tam, gdzie przyjmuje ono wartość 1. *P'* jest podstawieniem zdania *P*, a *Z* jest zamknięte na podstawienia, zatem $P' \in Z$. Łatwo zauważyć, że zdanie *P'* jest kontrtautologią — przyjmuje wartość 0 dla każdego wartościowania. Niech *Q* będzie dowolnym zdaniem. Zdanie $P' \rightarrow Q$ przyjmuje wartość 1 dla dowolnego wartościowania, bowiem poprzednik implikacji ma zawsze wartość 0. W konsekwencji $P' \rightarrow Q$ jest tautologią, a zatem należy też do *Z*. Stosując regułę odrywania do *P'* i $P' \rightarrow Q$ mamy $Q \in Z$. *Q* z założenia jest dowolnym zdaniem, zatem do *Z* należy dowolne zdanie — *Z* jest więc zbiorem wszystkich zdań języka.

Rozumowanie powyższe przeprowadziliśmy dla logiki klasycznej jako zbioru tautologii. Przebiegałoby ono podobnie jeśli logikę klasyczną definiować

⁵ Patrz na przykład R. Wójcicki, *Theory of Sentential Calculi. An Introduction*, Reidel, Dordrecht 1987.

⁶ Por. J. Malinowski, *Quasivarieties of modular ortholattices*, „Bulletin of the Section of Logic”, vol. 20, 1991, nr 3/4, s. 138–142.

jako strukturalną operację konsekwencji. Krata wzmocnień logiki klasycznej jest zatem bardzo prosta. Ma ona dwa elementy: logikę klasyczną i logikę sprzeczną. Stanowi ona początkowy fragment omawianej przez nas kraty możliwych kwantowych ortomodularnych logik, rozumianych jako systemy dedukcyjne. Struktura kraty logik ortomodularnych została zbadana stosunkowo dokładnie⁷. Następną (w porządku od logik silniejszych do słabszych) jest logika wyznaczona przez kratę $MO2 \times 2$, gdzie 2 jest dwuelementową algebrą Boole'a. Tu kończy się liniowy charakter kraty. Wyżej zdarzają się logiki nieporównywalne. Takimi są na przykład logika wyznaczona przez $MO2$ i przez $MO3 \times 2$. Wyżej krata komplikuje się jeszcze bardziej.

Badania kraty logik kwantowych dostarczają nam wiedzy o tym, wśród jakich logik należy szukać właściwej logiki zjawisk kwantowych. Metody logiki algebraicznej pozwalają poznać wewnętrzne, strukturalne własności tych logik. Jednak metody algebraiczne nie są wystarczające, aby stwierdzić, która z teoretycznie możliwych logik jest właściwą logiką kwantową. Właściwa logika kwantowa, to logika wyznaczona przez kraty tych eksperymentów, które mają charakter kwantowy — wykraczają poza mechanikę klasyczną. Zatem metodą stosowaną do wyznaczenia właściwej logiki mechaniki kwantowej jest badanie konkretnych eksperymentów kwantowych oraz znajdowanie ich krat. Właściwa logika mechaniki kwantowej, to logika wyznaczona przez klasę krat tym sposobem skonstruowanych.

Algebraic semantics and quantum mechanics

The article presents a very natural interpretation of algebraic semantics for logic of quantum mechanics. The ideas presented in this paper are based on results presented by Ch. Pirron. We present here some method of interpretation of physical experiment, which allow to construct a lattice of a given physical experiment. The class of all lattices of experiments uniquely designate the logic (i.e. the deductive system) governing the phenomena involved in considered experiments.

We analyze two examples of physical experiments — the classical and the quantum ones — to construct then its lattices. Investigation of its properties allow us to indicate main differences between classical logic and the logic of quantum mechanics. Presented method is then investigated as a general way of constructing and interpreting an algebraic semantics for quantum mechanics. The paper completed with a brief review of recent results concerning algebraic semantics for quantum logics.

⁷ Por. tamże.