

Marcin Poręba

Wittgenstein i filozofia matematyki

I

Filozofia matematyki zajmuje wyjątkowe miejsce w twórczości Wittgensteina. Problemy podstaw matematyki nie stanowiły po prostu jednej z wielu dziedzin zainteresowań autora *Traktatu*, lecz były — i to od samego początku — dziedziną wyróżnioną, obszarem, któremu poświęcił on nadzwyczaj dużo uwagi i z którym wiązał swe największe osiągnięcia. Dlatego paradoksalny może wydawać się fakt, że oddziaływanie Wittgensteina na dwudziestowieczną filozofię matematyki było znikome, zwłaszcza w zestawieniu z wielkim wpływem, jaki jego myśl wywarła na niemal wszystkie pozostałe gałęzie filozofii.

Za początek szerszej recepcji filozofii matematyki Wittgensteina można uznać opublikowanie w 1956 r. pierwszego wydania *Uwag o podstawach matematyki*, obszernego wyboru notatek Wittgensteina z lat 1937–1944¹, a więc z okresu, na który przypada kształtowanie się zasadniczego zrębu jego późnej filozofii, której najważniejszym dokumentem są *Dociekania filozoficzne*. Wkrótce potem ukazały się pierwsze omówienia książki, pochodzące głównie z kręgów zawodowych logików i filozofów matematyki. Wśród ich autorów znaleźli się m.in. A.R. Anderson², P. Bernays³, M. Dummett⁴ i G. Kreisel⁵. We wszystkich

¹ L. Wittgenstein, *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, red. G.H. von Wright, R. Rhees, G.E.M. Anscombe. Z angielskim tłumaczeniem (*Remarks on the Foundations of Mathematics*) G.E.M. Anscombe, Basil Blackwell, Oxford 1956. Trzecie, znacznie rozszerzone wydanie *Uwag* ukazało się w 1978 r. Na nim właśnie opiera się wydanie polskie: L. Wittgenstein, *Uwagi o podstawach matematyki*, tłum. M. Poręba, Wydawnictwo KR, Warszawa 2000.

² A.R. Anderson, *Mathematics and the „Language Game”*, „The Review of Metaphysics”, 11, 1958, s. 446–458. Przedruk w: *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, red. P. Benacerraf, H. Putnam, Englewood Cliffs, Prentice-Hall 1964, s. 481–490.

³ P. Bernays, *Comments on Ludwig Wittgenstein's Remarks on the Foundations of Mathematics*, „Ratio”, II-I, 1959, s. 1–22. Przedruk w: *Philosophy of Mathematics*, dz. cyt., s. 510–528.

tych recenzjach (wyjawszy może tekst Dummetta) dominuje ton, który trudno określić inaczej niż jako zakłopotanie. Oto bowiem okazało się, że wielki filozof, być może najwybitniejszy myśliciel naszych czasów, ma do powiedzenia na temat matematyki rzeczy nad wyraz banalne, tam zaś, gdzie wykracza poza banał, wygłasza sądy kontrowersyjne, a przy tym słabo uzasadnione, co gorsza zaś, w szczegółach dopuszcza się poważnych nieścisłości czy wręcz elementarnych błędów. Nie kwestionując wartości dokonań Wittgensteina w zakresie filozofii języka czy umysłu, wspomniani autorzy zachowują daleko posuniętą rezerwę wobec jego filozofii matematyki, czego dobitnym wyrazem może być wypowiedź podsumowująca recenzję G. Kreisela, uznającego Wittgensteinowskie *Uwagi o podstawach matematyki* za „zaskakująco błahy wytwór znakomitego umysłu”⁶.

To nastawienie, naznaczone z jednej strony zakłopotaniem, z drugiej zaś protekcyjnalizmem (dodajmy, nader częstym u fachowców, zwłaszcza w takich dziedzinach, jak matematyka czy logika matematyczna, w stosunku do podejmowanych przez laika prób zgłębienia ich filozoficznych aspektów) określiło na blisko czterdzieści lat sposób myślenia o Wittgensteinowskich koncepcjach dotyczących podstaw matematyki. I to nie tylko wśród specjalistów — logików czy filozofujących matematyków — lecz także w kręgach filozofów, nie wyłączając tych, dla których myśl Wittgensteina stanowiła doniosłe źródło inspiracji. W całościowych omówieniach filozofii Wittgensteina rozważania o matematyce traktuje się zwykle jako jedno z zastosowań jego ogólnych koncepcji języka, znaczenia, kierowania się regułą itd., i to zastosowanie raczej mniej doniosłe niż np. zastosowania w filozofii umysłu czy w krytyce głównych wątków tradycyjnej metafizyki i epistemologii. Wyjątkiem są może monografie poświęcone specjalnie filozofii matematyki Wittgensteina⁷. Ich autorzy są oczywiście, niejako z urzędu, przekonani o jej istotności, a w każdym razie o jej ścisłych

⁴ M. Dummett, *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, „Philosophical Review”, LXVIII, 1959, s. 324–348. Przedruk w: *Philosophy of Mathematics*, dz.cyt., s. 491–509.

⁵ G. Kreisel, *Wittgenstein's Remarks on the Foundations of Mathematics*, „British Journal for the Philosophy of Science”, 9, 1958, s. 135–158.

⁶ G. Kreisel, *Wittgenstein's Remarks...*, dz. cyt., s. 158. Bodaj jeszcze bardziej znamienne jest jednak następujące wyznanie Kreisela, wspominającego swe rozmowy z Wittgensteinem na temat podstaw matematyki: „Przeczytawszy tę książkę (*Uwagi o podstawach matematyki*) dochodzę do wniosku, że kwestie, które wówczas poruszaliśmy, były odległe od jego głównych zainteresowań, choć nigdy nie dał mi on tego odczuć” (tamże, s. 157).

⁷ Zob. np. C. Kielkopf, *Strict Finitism: An Examination of Ludwig Wittgenstein's Remarks on the Foundations of Mathematics*, Mouton, The Hague 1970; C. Wright, *Wittgenstein on the Foundations of Mathematics*, Duckworth, London 1980; S.G. Shanker, *Wittgenstein and the Turning-Point in the Philosophy of Mathematics*, Croom Helm, London 1987; P. Frascaola, *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, Routledge, London and New York 1994; M. Marion, *Wittgenstein, Finitism, and the Foundations of Mathematics*, Clarendon Press, Oxford 1998.

związkach z centralnymi problemami i dyskusjami w dwudziestowiecznej filozofii matematyki. W sumie wydaje się jednak, że również w tych pracach dominuje nastawienie, zgodnie z którym filozofia matematyki stanowi, jeśli wolno się tak wyrazić, „moduł opcjonalny” filozofii Wittgensteina, który można by usunąć bez naruszania zasadniczego rdzenia jego myśli, nawet jeśli moduł ten jest godny większej uwagi, niż sugerują krytycy w rodzaju Kreisela.

Zainteresowanie autora *Dociekań* filozoficznymi podstawami matematyki⁸ traktuje się czasem wręcz jako aberrację, możliwą do wytłumaczenia w kategoriach psychologicznych, pozbawioną jednak większego znaczenia teoretycznego. Tak właśnie zapatruje się na te kwestie u Wittgensteina J. Hintikka, wybitny logik i jeden z czołowych filozofów ostatnich dziesięcioleci, otwarcie nawiązujący w swej filozofii języka i epistemologii do niektórych koncepcji późnego Wittgensteina (przede wszystkim do idei gier językowych). W eseju poświęconym Wittgensteinowskiej filozofii matematyki⁹ podejmuje on wręcz coś w rodzaju psychoanalitycznego rozbioru myśli Wittgensteina, ze szczególnym uwzględnieniem jej wątków dotyczących matematyki, wskazując na takie cechy osobowości filozofa, jak obsesja na punkcie własnej grzeszności, żarliwe pragnienie czystości i odkupienia czy paranoiczny lęk przed możliwymi kontrargumentami wobec własnych tez, uznając je za niezbędne do zrozumienia Wittgensteina jako filozofa, zwłaszcza zaś filozofa matematyki¹⁰. Zgodnie z tą interpretacją, hipertrofia zainteresowania matematyką, zauważalna u Wittgensteina (zwłaszcza biorąc pod uwagę jego niedostateczne przygotowanie teoretyczne do zajmowania się — choćby na sposób filozoficzny — tą dyscypliną), miała swe źródło przede wszystkim w obawie, iż pewne rysy myślenia matematycznego, zwłaszcza uprawianego w nurcie matematyki klasycznej oraz niektóre wyniki metamatematyczne, na czele z twierdzeniami Gödla o niezupełności, mogłyby stawiać

⁸ Publikacja przez wydawnictwo Basil Blackwell kolejnych fragmentów spuścizny Wittgensteina, w tym zwłaszcza *Uwag filozoficznych* z lat 1929–1930 (*Philosophische Bemerkungen*, 1964), rozmów z M. Schlickiem i F. Waismannem prowadzonych w latach 1929–1932 (*Ludwig Wittgenstein und der Wiener Kreis*, 1967), *Gramatyki filozoficznej* z lat 1931–1934 (*Philosophische Grammatik*, 1974), a wreszcie *Wykładów o podstawach matematyki* z 1939 r. (*Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics*, Cambridge 1939, Cornell University Press, Ithaca 1976), ujawniła skalę zaangażowania Wittgensteina w problematykę podstaw matematyki (większość materiału zawartego we wspomnianych pozycjach dotyczy tych właśnie zagadnień, co szczególnie znamienne w przypadku *Uwag filozoficznych* i *Gramatyki filozoficznej*, będących wszak kolejnymi „przymiarkami” do głównego dzieła Wittgensteina). Przyczyniła się ona również do zrozumienia, że jego zainteresowanie filozofią matematyki w okresie po *Traktacie* nie miało charakteru epizodycznego, lecz towarzyszyło mu nieprzerwanie przez blisko dwadzieścia lat, począwszy od powrotu do filozofii pod koniec lat 20., aż do połowy lat 40. XX wieku.

⁹ *The Original Sinn of Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, w: J. Hintikka, *Selected Papers*, t. I, Kluwer, Dordrecht 1996, s. 145–177.

¹⁰ Zob. tamże, s. 145–148, 175–177.

pod znakiem zapytania trafność jego podstawowych intuicji dotyczących języka i znaczenia, jak również związków języka ze światem¹¹. Innymi słowy, skłonność Wittgensteina do „mędrkowania” na temat matematyki miała charakter obronny i reaktywny: była nie tyle wyrazem przekonania, że matematyka stanowi jakiś wyróżniony obiekt autonomicznego zainteresowania filozofii, ile raczej podejrzenia, iż może być dla niej źródłem zagrożeń.

II

Na ile uprawnione i wartościowe poznawczo jest separowanie Wittgensteina-filozofa języka i umysłu, godnego jakoby najwyższego szacunku i uwagi, od Wittgensteina-filozofa matematyki, którego dokonania są w najlepszym razie problematyczne? O ile łatwo zrozumieć protekcyjność zawodowych logików i filozofów matematyki wobec laika Wittgensteina, bezkrytycznie zapuszczającego się na obszar ich kompetencji, o tyle typowa dla filozoficznych sympatyków Wittgensteina tendencja, by sprowadzać jego filozofię matematyki do rzędu zastosowań zasadniczej doktryny autora *Dociekań*, ewentualnie bagatelizowanie jej jako nieistotnego wykwitu jego psychicznych zahamowań i obsesji, zakłada całościową interpretację myśli Wittgensteina, sytuującą jej środek ciężkości poza filozofią matematyki. Otóż interpretacja taka wydaje mi się wysoce wątpliwa.

Rzecz w tym, iż niepowodzenie Wittgensteinowskich prób filozoficznego zgłębienia podstaw matematyki oznaczałoby dlań *eo ipso* krach całej jego filozofii. Matematyka nie była dlań po prostu jednym z wielu przedmiotów zainteresowania, lecz przedmiotem wyróżnionym, niejako przedmiotem *par excellence*, a zarazem swego rodzaju poligonem doświadczalnym, na którym testował swe kolejne projekty filozoficzne. Jakie cechy matematyki zadecydowały o jej unikalnym znaczeniu dla Wittgensteina?

Po pierwsze, Wittgensteina, i to od samego początku, ewidentnie frapowała konieczność właściwa twierdzeniom i dowodom matematycznym. Uważał ją za ciekawszą od konieczności logicznej. Pojęcie konieczności należy w ogóle do centralnych pojęć całej myśli Wittgensteina. Można wręcz zaryzykować tezę, iż wydobyć na jaw istotnych, nieprzygodnych rysów świata, myślenia i języka uważał on za naczelne zadanie filozofii. Tym samym jednak wnikięcie w istotę konieczności matematycznej, jako w pewnym sensie wzorcowej, musiało dlań stanowić kwestię najwyższej wagi. Filozof, tak żywo zainteresowany zrozumieniem natury konieczności, zwyczajnie nie mógł sobie pozwolić na przechodzenie do porządku dziennego nad jej być może najciekawszym przypadkiem ani na to, by nie mieć na jego temat nic istotnego do powiedzenia. Musiał też zdawać sobie sprawę z tego, że projekt filozoficzny zmierzający do rozjaśnienia istoty konieczności okazałby się nieodwołalnie jałowy, gdyby uzyskana w jego

¹¹ Tamże, s. 148–153, 159–160, 174–176.

ramach koncepcja matematyki, a zwłaszcza konieczności matematycznej, nie była dostatecznie głęboka.

Po drugie, w matematyce widział Wittgenstein przede wszystkim aktywność językową. W pewnym sensie żadna to rewelacja, skoro nie było chyba rzeczy, na którą nie patrzyłby on przez pryzmat języka. Pamiętajmy jednak, że właściwa jego myśleniu orientacja lingwistyczna wpisuje się w szeroki nurt filozofii XX w., o której specyfice zadecydował właśnie zwrot zainteresowań badawczych ku językowi. Wiele przemawia za tym, że zwrot ten — przynajmniej jeśli chodzi o tzw. filozofię analityczną — podyktowany był w ostatecznym rachunku problemami związanymi z rozwojem matematyki, który zwłaszcza w XIX w. nabrał niespotykanego wcześniej tempa, prowadząc w efekcie do pojawiania się fundamentalnych pytań o istotę, przedmiot i podstawy prawomocności poznania matematycznego, pytań jednakowo doniosłych tak z punktu widzenia matematyki, jak i filozofii. Z pewnością nie jest to pierwszy przypadek wpływu matematyki na filozofię, jest to chyba jednak najważniejszy jak dotąd przypadek tego rodzaju, w każdym razie jeśli za miernik przyjąć skalę przeobrażeń, jakie w jego wyniku stały się udziałem tej ostatniej. Otóż nie będzie chyba zbytnim uproszczeniem powiedzieć, że fakt, iż filozofia mijającego stulecia stała się w znacznej mierze filozofią języka, stanowił konsekwencję tego, że pytaniom o podstawy matematyki — a więc tym właśnie pytaniom, które okazały się ożywym impulsem również dla filozofii — nadano postać pytań o język matematyki, o matematykę jako pewien język.

Od samego początku zdawano sobie sprawę, że rozważań nad językiem matematyki nie sposób owocnie prowadzić w oderwaniu od zagadnień natury ogólnej, związanych z pojęciem języka. Wystarczy wskazać tu na przykłady Fregego i Russella, których epokowe dokonania w zakresie podstaw matematyki miały swe źródło właśnie w tym, że myśliciele ci mówiąc o języku zdołali dotrzeć do pojęć na tyle podstawowych, a zarazem ogólnych, iż przydatnych w równej mierze w analizie języka matematyki, jak i języka potocznego czy języka nauk empirycznych. Oczywiście tych spektakularnych osiągnięć nie zawdzięczali oni li tylko ogólności swych rozważań. Równie istotne było bowiem to, że uzyskana przez nich ogólność miała charakter w pełnym tego słowa znaczeniu matematyczny. Obalając Kantowski dogmat radykalnej odrębności poznania matematycznego i filozoficznego, z góry jakoby wykluczającej możliwość sięgania w badaniach filozoficznych do pojęć i metod zaczerpniętych z matematyki, Frege i Russell oparli swą filozofię języka (w szczególności teorię znaczenia) na szeregu pojęć o *stricte* matematycznym rodowodzie i konotacjach. Inna sprawa, że pod koniec XIX w. — inaczej niż w czasach Kanta — matematyka była w stanie dostarczyć odpowiednich do tego celu pojęć. Wymownym tego przykładem może być pojęcie funkcji, fundament Fregowskiej, a później Russellowskiej koncepcji języka i znaczenia. Pojęcie to zyskało w XIX w. ogólność pozwalającą mówić o funkcjach dowolnych argumentów, przybierających

jako wartości obiekty dowolnego typu. Fregowska idea pojęcia jako funkcji o argumentach — w przypadku predykatów — ze zbioru indywiduów (konkretnych i abstrakcyjnych), bądź — w przypadku kwantyfikatorów — ze zbioru funkcji, i o wartościach ze zbioru {Prawda, Fałsz}, korzysta w sposób zasadniczy ze wspomnianej ogólności matematycznego pojęcia funkcji, a to samo można powiedzieć o Russellowskiej koncepcji funkcji zdaniowej. Nie mniej owocne dla logicznej i filozoficznej analizy języka okazały się pojęcia teorii mnogości, które wszak powstały pierwotnie w odpowiedzi na immanentne problemy matematyki. W ciągu dziesięcioleci następujących po ukazaniu się prac Fregego i Russella te i inne pojęcia o matematycznym rodowodzie na trwałe wrosły w podstawowe instrumentarium filozofii języka.

Widać stąd, że jeśli chcemy poważnie zastanawiać się nad myślą Wittgensteina, w szczególności zaś nad związkami między jego filozofią języka a filozofią matematyki, musimy przede wszystkim przyjąć do wiadomości, że ani projekt filozofii jako refleksji nad językiem, ani idea ścisłego związku między tak uprawianą filozofią a zagadnieniami podstaw matematyki, nie jest wyłączną własnością autora *Dociekań*, lecz dosłownie przenika znaczną część filozofii XX w. I jeśli — co chyba zrozumiałe — w rozważaniach nad Wittgensteinem zależy nam ostatecznie na uchwyceniu tego, co stanowi o oryginalności i nowatorstwie jego idei, to powinniśmy wystrzegać się pochopnego upatrywania specyfiki Wittgensteina w tym, co akurat czyni zeń typowego przedstawiciela filozofii ostatniego stulecia, rzec można, intelektualnego „bohatera naszych czasów”.

Nie ulega wątpliwości, że Wittgenstein miał do powiedzenia zarówno na temat języka, jak i — przynajmniej we własnym mniemaniu — matematyki rzeczy doniosłe i nowe. Zarazem jednak powinno być jasne, że swych jakże często obrazoburczych poglądów nie wygłaszał w intelektualnej próżni, lecz prawie zawsze w odpowiedzi na filozoficzne problemy nurtujące czołowych filozofów, logików i matematyków jego czasów, ewentualnie w polemice z proponowanymi przez nich rozwiązaniami tych kwestii. Początkowo głównymi partnerami tych dyskusji byli dlań Frege i Russell, później zaś w gronie tym znalazły się takie postacie, jak G. Cantor, D. Hilbert, L.E.J. Brouwer, F.P. Ramsey, G.H. Hardy, K. Gödel czy A.M. Turing. W samym centrum zainteresowań każdego z nich znajdowały się kwestie poznawczego statusu matematyki, charakteru jej przedmiotów, natury dowodu matematycznego. Każdy też sformułował szereg doniosłych poglądów w tych sprawach. Co więcej, wszyscy uświadamiali sobie, do jakiego stopnia te i pokrewne problemy zazębiają się z ogólnofilozoficznymi zagadnieniami natury myślenia, pojęć, języka i znaczenia, jak dalece rozwiązania pierwszych zależą od stanowiska zajmowanego w drugich, a zarazem zwrotnie rzucają na nie światło. Nie tylko zatem wewnętrzna logika myśli Wittgensteina, lecz także jej zewnętrzne afiliacje i uwikłania polemiczne każą oczekiwać, że przewijające się przez niemal całą jego twórczość rozważania nad pod-

stawami matematyki są czymś nieporównanie ważniejszym niż tylko jedną z wielu aplikacji jego „filozofii pierwszej” — jaką bez wątpienia była filozofia języka — że co najmniej są one jej aplikacją najistotniejszą, a przypuszczalnie nawet czymś więcej: jej sednem. Tak czy inaczej, jedno nie ulega wątpliwości: Wittgensteinowska filozofia języka i jego filozofia matematyki „jadą na jednym wózku” i gdyby miało się ostatecznie okazać, że jego poglądy na matematykę nie są — jak to niekiedy sugerowano — niczym szczególnie doniosłym ani głębokim, oznaczałoby to, że nie ma też nic naprawdę godnego uwagi w jego filozofii języka.

III

Problemem, wobec którego staje każdy, kto podejmuje się interpretacji myśli Wittgensteina, w tym także jego filozofii matematyki, jest ewolucja poglądów autora *Traktatu*. Fakt, iż pierwszym opublikowanym tekstem Wittgensteina z późniejszego okresu jego twórczości były *Dociekania filozoficzne* (wydane w 1953 r.), sprawił, że na długi czas utrwalił się wśród badaczy i komentatorów stereotyp „dwóch Wittgensteinów”, Wittgensteina z *Traktatu* i Wittgensteina z *Dociekań*, i nawet dziś jeszcze, mimo iż dostępny materiał tekstowy bez reszty obnaża jego fałszywość, stereotyp ten wciąż pokutuje w wielu podręcznikach i popularnych kompendiach filozofii współczesnej. Sądzę zresztą, że przyczyn jego uporczywości należy szukać głębiej niż tylko w niedostatecznej znajomości pism Wittgensteina z okresu poprzedzającego *Dociekania*. Tkwią one raczej — paradoksalnie na pierwszy rzut oka — w nieprawdopodobnym wręcz wpływie Wittgensteina na całą filozofię drugiej połowy XX w. Miarą tego wpływu jest m.in. to, że niemal każdy filozof ostatnich dziesięcioleci w swych próbach teoretycznego samookreślenia sięgał do Wittgensteina, spodziewając się w takiej czy innej interpretacji jego filozofii znaleźć oparcie i niejako „alibi” dla własnych wyborów intelektualnych. Nic przeto dziwnego, że w sposobie, na jaki odczytywano i wciąż jeszcze odczytuje się twórczość Wittgensteina, odzwierciedliła się siłą rzeczy przestrzeń owych wyborów, specyficzna, by tak rzec, „rozmaitość” filozofii naszej epoki.

Przestrzeń tę do niedawna jeszcze określały dwa zasadnicze podziały: po pierwsze, podział na filozofię „analityczną” i „kontynentalną”, po drugie zaś — w ramach tradycji analitycznej — dychotomia filozofii opartej na analizie języków sformalizowanych i tzw. filozofii języka potocznego. Obie linie podziału sprzyjały wspomnianej, dualistycznej recepcji Wittgensteina, przy czym zwolennicy filozofii analitycznej uprawianej metodami formalnymi poczuwali się do szczególnego duchowego pokrewieństwa z Wittgensteinem-autorem *Traktatu*, natomiast zarówno myśliciele nieanalityczni, jak i analitycy języka potocznego, szukali inspiracji i wsparcia w *Dociekaniach*. Rzeczywista złożoność intelektualnej biografii Wittgensteina, jej daleko większe wewnętrzne zróżnico-

wanie, a zarazem głęboka jedność łącząca poszczególne fazy¹², burzyłaby ową uproszczoną wizję jego myśli, jakże wygodną jako instrument samookreślenia licznych filozofów, zainteresowanych w klarownym i satysfakcjonującym podziale puli dostępnych opcji i stanowisk teoretycznych.

Merytoryczna — a nie tylko doksograficzna — doniosłość właściwej periodyzacji twórczości Wittgensteina staje się szczególnie widoczna w związku z jego filozofią matematyki. Jak już o tym była mowa, odkrywanie Wittgensteina-filozofa matematyki zapoczątkowała pośmiertna publikacja *Uwag o podstawach matematyki*, powstałych w okresie pracy nad *Dociekaniami* i wykazujących znaczne myślowe pokrewieństwo z tym dziełem. Przyczyniło się to do upowszechnienia poglądu, że specjalna atencja Wittgensteina dla zagadnień podstaw matematyki to osobliwość jego „późnej” filozofii, dla jej zwolenników wprowadzie nieco kłopotliwa z uwagi na domniemaną słabość teoretyczną jego wypowiedzi o matematyce, w gruncie rzeczy jednak niegroźna, zważywszy na rzekomą niezależność podstawowych wątków *Dociekań* od powodzenia lub fiaska Wittgensteinowskich prób filozoficznego rozjaśnienia podstaw matematyki. Otóż uwzględnienie pełniejszego wymiaru ewolucji myślowej Wittgensteina musiałoby położyć kres tej niefrasobliwości w traktowaniu jego rozważań nad matematyką z okresu *Dociekań*. Okazałoby się bowiem, po pierwsze, że filozoficzna perspektywa *Dociekań* stanowi efekt stopniowego, bynajmniej nie skokowego rozwoju poglądów autora *Traktatu*, po drugie zaś, że jednym z najważniejszych czynników napędowych tego rozwoju było nieustanne sprawdzanie przez Wittgensteina własnych pomysłów na temat natury umysłu, języka i znaczenia poprzez ich zastosowanie do problemów podstaw matematyki.

Rzecz ciekawa, kojarzenie filozofii matematyki przede wszystkim z późną myślą Wittgensteina ułatwia jej ocenę również tym komentatorom, których sympatie skłaniają się ku jego wczesnej filozofii. Należy do nich wybitny polski znawca i tłumacz pism Wittgensteina, Bogusław Wolniewicz. W przedmowie do drugiego wydania swego przekładu *Traktatu* daje on krótki szkic intelektualnej biografii filozofa, w którym — w kontekście jednoznacznie negatywnej charakterystyki późnej myśli Wittgensteina — przytacza, najwyraźniej z aprobatą, dwie wpływowe opinie na temat jego filozofii matematyki. Pierwsza z nich pochodzi od Russella i dotyczy rzekomej wtórności pomysłów Wittgensteina w stosunku do intuicjonizmu („grozi mu stałe powtórka z Brouwera, i musi ściągać cugle, gdy staje się zbyt jawna”)¹³. Druga to cytowana już na początku

¹² Jak za A. Kennym powiada Hintikka, „może być albo jeden, albo wielu Wittgensteinów, ale w żadnym razie nie dwóch”. (*Gry językowe*, w: J. Hintikka, *Eseje logiczno-filozoficzne*, tłum. A. Grobler, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 1992, s. 462).

¹³ B. Wolniewicz, *O Traktacie*, w: L. Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, przełożył i wstępem opatrzył B. Wolniewicz, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 1997, s. X. Nawiasem mówiąc, nieco dziwi, że Wolniewicz jako wiarygodną traktuje opinię Russella,

tych rozważań wypowiedź G. Kreisela na temat *Uwag o podstawach matematyki* („zadziwiająco błahy produkt świetnego umysłu”)¹⁴. Własne ujęcie Wolniewicza odbiega jednak zasadniczo od sposobu myślenia komentatorów, którzy domniemany głęboki rdzeń późnej myśli Wittgensteina próbują ratować tłumacząc Wittgensteinowskie uwagi o matematyce (i ich miałość) „zadziwiającą” skłonnością jego umysłu do poruszania zagadnień przerastających jego kwalifikacje. Zdaniem Wolniewicza, nieudanych prób wypracowania oryginalnego ujęcia matematyki, podejmowanych przez Wittgenstena w późniejszym okresie jego twórczości, nie należy uważać za jakiś „wypadek przy pracy”, nie wpływający w sposób zasadniczy na ocenę całości jego filozofii, zwłaszcza *Dociekań*, lecz za charakterystyczny symptom teoretycznej jałowości stanowiska, jakie zajął on po ostatecznym rozstaniu się z poglądami zawartymi w *Traktacie*¹⁵. Innymi słowy, idąc za Wolniewiczem należałoby nie tylko filozofię matematyki, lecz w ogóle całą myśl Wittgensteina z okresu *Dociekań* uznać za zadziwiająco błahy produkt świetnego umysłu, a raczej stwierdzić, iż w pewnym momencie — gdzieś w połowie lat trzydziestych XX w., a może i wcześniej — umysł Wittgensteina po prostu przestał być świetny.

Problem w tym jednak, że to, co zostało wcześniej powiedziane o Wittgensteinowskiej filozofii matematyki i jego filozofii języka czy umysłu, można chyba w równej mierze odnieść do jego wczesnej i późnej myśli: „jadą one na jednym wózku”.

Trudno oprzeć się wrażeniu, że pogląd, jakoby w *Traktacie* i w *Dociekaniach* znalazły wyraz dwie zupełnie różne filozofie Wittgensteina, znaczną część swej atrakcyjności zawdzięcza oczywiście — zdawać by się mogło — odmienności formalno-stylistycznej obu dzieł. Konstrukcja *Traktatu*, jego podział na ponumerowane i hierarchicznie uporządkowane tezy, przywodzi na myśl filozofię „zwyczajem geometrycznym wykładaną”, a więc z jednej strony *Etykę* Spinozy, z drugiej zaś — *Principia Mathematica* Russella i Whiteheada. Z kolei „*Dociekania* to utwór chaotyczny i bezkształtny. Składają się z luźnych uwag na temat «gier językowych», «użycia wyrażeń», «stosowania reguł» i rzeczy podobnych, przy czym unika się tam programowo wypowiadania jakichkolwiek twierdzeń ogólnych i stanowczych. Wszystko pozostaje płynne i do odwołania; pełno natomiast retorycznych pytań, niewyraźnych sugestii, niejasnych aluzji i trywialnych przykładów, nie wiadomo dokładnie czemu służących”¹⁶. Również sam Wittgenstein wskazywał wyraźnie na impresyjny charakter książki, określając ją wręcz jako „zbiór szkiców plenerowych, które powstały podczas [...] długich i zawiłych wędrówek”, w trakcie których przemierzał on „rozległy

o którym kilka akapitów wcześniej (s. IX) mówi, iż nie rozumiał Wittgensteina, a jego wstęp do *Traktatu* określa jako „niespodziewanie wąty i płytki”.

¹⁴ Tamże, s. XI.

¹⁵ Tamże, s. XI–XII.

¹⁶ Tamże, s. XI.

obszar myśli wzdłuż i wszerz, we wszystkich kierunkach”¹⁷. Dalej powiada, że „te same zagadnienia, lub prawie te same, poruszało się wciąż od nowa z różnych stron, szkicując coraz to nowe obrazy”, w rezultacie czego „książka ta stanowi właściwie tylko album”¹⁸.

Trafność powyższej charakterystyki formy *Dociekań*, a ogólniej, wszystkich pism Wittgensteina z późniejszego okresu, nie ulega wątpliwości. Rodzi się jednak inne pytanie: czy przypadkiem tak odmienna na pozór forma *Traktatu* nie jest jedynie zewnętrznym sztafagem, za którym kryje się nie tak znowu odmienny sposób myślenia? Przede wszystkim jasne jest, że sposób, w jaki zorganizowane są wywody Wittgensteina w tym dziele, nie ma nic wspólnego z metodą aksjomatyczno-dedukcyjną. Żadna z tez *Traktatu* nie jest logiczną konsekwencją innych tez, nie próbuje zresztą takowej udawać. Siedem tez głównych, wraz z rozlicznymi uwagami do nich, dotyczy spraw różnych, choć nie pozbawionych wzajemnego związku, należy jednak zauważyć, że związek ten jest w znacznej mierze dopiero ustanawiany przez perspektywę *Traktatu*. Sprawy te to struktura świata, istota myśli, natura języka, a zwłaszcza jego znaczących związków ze światem, ogólna forma zdania, status logiki i matematyki, specyfika problemów filozoficznych, natura „tego, co mistyczne”, a wreszcie kwestie sensu życia, szczęścia i etyki. Sądzę, że ktoś, kto nie uwzględniałby scalającej wszystkie te wątki, całościowej wizji filozoficznej Wittgensteina, musiałby uznać myśli składające się na *Traktat* za zbiór enuncjacji równie „chaotyczny i bezkształtny”, jak *Dociekania*. Wizji tej jednak daremnie byłoby szukać w tym, co Wittgenstein mówi wprost, należy ona raczej do tego, co — by odwołać się do jego własnej, słynnej dychotomii — można jedynie „pokazać”, nie zaś „wypowiedzieć”. Tym samym *Traktat* wymaga od swego czytelnika sporej dozy życzliwości i stosuje się doń w pełni to, co Wittgenstein napisał w przedmowie do opublikowanych dopiero po jego śmierci *Uwag filozoficznych*: „Książka ta została napisana dla tych, którym bliski jest jej duch”¹⁹. Nie widać *prima facie* żadnego powodu, dla którego mielibyśmy odmawiać podobnej życzliwości późniejszym pismom Wittgensteina.

Kolejne zagadnienie wiążące się z formą *Traktatu*, to stosunek tego dzieła do pism Wittgensteina z lat 1913–1916, w tym zwłaszcza *Uwag o logice* (*Notes on Logic*) z 1913 r. i *Dzienników* z okresu wojny²⁰, z których bezpośrednio wy-

¹⁷ L. Wittgenstein, *Dociekania filozoficzne*, przełożył, wstępem i przypisami opatrzył B. Wolniewicz, PWN, Warszawa 1972, s. 3.

¹⁸ Tamże, s. 4.

¹⁹ L. Wittgenstein, *Philosophische Bemerkungen*, red. R. Rhees, Suhrkamp, Frankfurt a. M. 1981, s. 7.

²⁰ L. Wittgenstein, *Notebooks 1914–1916*, red. G.H. von Wright, G.E.M. Anscombe, Basil Blackwell, Oxford 1979. Wyd. pol.: *Dzienniki 1914–1916*, tłum. M. Poręba, postawem opatrzył J. Ziobrowski, Wyd. Spacja, Warszawa 1999. (Oba wydania zawierają *Uwagi o logice* jako dodatek).

rasta jego problematyka. Otóż pisma te zawierają wszystkie podstawowe idee wczesnej filozofii Wittgensteina, w wielu przypadkach w brzmieniu co do słowa zbieżnym ze sformułowaniem znanym z *Traktatu*. Z pewną przesadą można by powiedzieć, że gros pracy redakcyjnej, jaką włożył on w przygotowanie ostatecznej wersji swego dzieła, polegało na ponumerowaniu tych zapisów, przez co niewątpliwie zyskały na przejrzystości i przestały sprawiać wrażenie luźnego konglomeratu uwag. Nie chciałbym być zrozumiany w ten sposób, iż mam Wittgensteinowi za złe, że starał się nadać swej rozprawie formę jak najdoskonalszą, zamiast po prostu opublikować bez żadnych retuszy zbiór surowych notatek. Godny zastanowienia wydaje mi się natomiast fakt, że w późniejszym okresie twórczości — na ile można wnosić z dostępnej spuścizny — zrezygnował on całkowicie z prób nadawania swym dociekaniom formy porównywalnej z *Traktatem*.

Proponuję następujące wyjaśnienie tego faktu. Otóż gdy porównujemy tekst *Traktatu* ze wspomnianymi, poprzedzającymi go pismami, uderzający jest nie tylko większy stopień uporządkowania materiału w *Traktacie*, lecz także to, że nie starczyło w nim miejsca dla całego szeregu uwag dotyczących samego sedna spraw będących przedmiotem rozważań w tym dziele. Co więcej, luki te układają się w dość przejrzysty wzorec: brakuje mianowicie przede wszystkim tych uwag, w których Wittgenstein dał wyraz swym wątpliwościom w stosunku do fundamentalnych koncepcji późniejszego *Traktatu*, ewentualnie w których naszkicował alternatywne wobec nich rozwiązania. Wątpliwości te koncentrują się — by wymienić jedynie sprawy najważniejsze — na kwestii prostoty i złożoności (zwłaszcza zaś na pojęciu przedmiotu), dalej na zagadnieniu obrazu i odwzorowania, następnie na koncepcji zdania elementarnego, a wreszcie na logicznej problematyce kwantyfikacji i identyczności. Oczywiście zawsze można powiedzieć, że w okresie między powstaniem *Dzienników 1914–1916* a ostatecznym ukształtowaniem się filozofii *Traktatu* Wittgenstein „otrząsnął się” z tych wątpliwości i rozterek. Z tym jednak osobliwie kontrastuje fakt, iż w pismach powstałych bezpośrednio po powrocie Wittgensteina do filozofii w roku 1928 (w szczególności w *Uwagach o formie logicznej*, *Uwagach filozoficznych* oraz w rozmowach ze Schlickiem i Waismannem) wątpliwości te odżywają ze zdwojoną mocą, prowadząc zrazu do istotnych modyfikacji, później zaś do porzucenia kilku spośród najważniejszych składników doktryny *Traktatu*. Nasuwa to przypuszczenie, że w słowach, jakimi Wittgenstein zakończył *Przedmowę* do swego dzieła („prawdziwość komunikowanych tu myśli zdaje mi się niepodważalna i definitywna. Sądzę więc, że w istotnych punktach problemy zostały rozwiązane ostatecznie”²¹), było trochę myślenia życzeniowego, a może coś z autoterapeutycznego „treningu asertywności”, zrozumiałego — dodajmy — u kogoś, dla kogo filozofia była wszak koniec końców rodzajem terapii.

²¹ *Tractatus logico-philosophicus*, dz. cyt., s. 4.

Tak więc kryzys, w jakim pod koniec lat dwudziestych XX w. znalazła się wczesna filozofia Wittgensteina, był jedynie dalszym ciągiem kryzysu, w którym znajdowała się ona od samego początku. A przy tym musiał on dotyczyć nie tylko meritum spraw będących przedmiotem jego ówczesnych rozważań, lecz także — co zresztą u Wittgensteina zawsze szło z tym w parze — formy ich literackiego wyrazu. By ująć to możliwie dobitnie: forma właściwa *Traktatowi* nie sprawdziła się właśnie dlatego, że narzucała daleko idące spłaszczenie rzeczywistego bogactwa myśli Wittgensteina, ograniczenie jej, by tak rzec, wielowariantowości, poniekąd wbrew lepszej wiedzy samego autora. Jeżeli zatem już nigdy później nie próbował on ująć swych przemyśleń w kształt systematycznego wywodu, to było to w dużej mierze efektem jego świadomego wyboru. I gdy w *Przedmowie do Dociekań* czytamy: „Po różnych nieudanych próbach spojenia mych wyników w [...] całość zrozumiałem, że mi się to nigdy nie uda, że z tego, co potrafię napisać, zawsze najlepsze okażą się uwagi filozoficzne, i że moje myśli wnet słabną, gdy wbrew ich naturalnej skłonności usiłuję pchnąć je w jednym kierunku”²², należy to chyba odnosić również do *Traktatu* — pierwszej, a zarazem najbardziej spektakularnej z prób, o których mówi tu Wittgenstein.

Kwestią, która znacznie bardziej bezpośrednio wiąże się z problematyką niniejszych uwag, jest logika przemian, jakim ulegało myślenie Wittgensteina począwszy od *Traktatu*. Trwałości stereotypu „dwóch panów W.” niewątpliwie sprzyja przekonanie, że przejście od „wczesnej” do „późnej” filozofii miało charakter skokowy, że ta ostatnia pojawiła się „ni z tego, ni z owego”, w jakimś nagłym akcie olśnienia czy może zaćmienia — jak pewnie skłonni są sądzić jej krytycy. Nic bardziej błędnego. Przede wszystkim należy podkreślić, że struktura problemów nurtujących Wittgensteina pozostała w znacznej mierze bez zmian. Po drugie, Wittgenstein nigdy, nawet w *Dociekaniach*, nie porzucił wszystkich idei składających się na doktrynę *Traktatu*. Po trzecie, nawet z tymi pomysłami, które ostatecznie odrzucił, nie rozstał się z dnia na dzień, lecz dopiero po wielu próbach ich modyfikacji i uzgodnienia z nowymi koncepcjami, a czasem dawnymi, którym obecnie zaczął przydawać większe znaczenie. (Znamiennym tego przykładem są losy doktryny zdań elementarnych — jednego z fundamentów *Traktatu*). Po czwarte wreszcie, o czym już była mowa, rozwój filozoficzny Wittgensteina nie polegał na kolejnym następowaniu po sobie wyraźnie odrębnych faz, faz nie mających w zasadzie istotnych punktów stykowych. Właściwsze byłoby powiedzenie, że kolejne etapy pojawiały się w wyniku przewartościowań w obrębie etapów wcześniejszych, wskutek dojścia do głosu i wysunięcia się na plan pierwszy wątków już dawniej w myśli Wittgensteina obecnych, aczkolwiek najczęściej w formie szkicowej, w postaci wariantów i alternatyw w stosunku do rozwiązań tworzących każdorazowo rdzeń jego stanowiska w da-

²² *Dociekania*, dz. cyt., s. 3.

nym okresie. Tak więc pod względem merytorycznym fazy te tworzą — by użyć jednego z ulubionych obrazów Wittgensteina z *Dociekań* — łańcuch złożony z zachodzących na siebie ogniów.

Ciągłość ta dotyczy również, jeśli nie przede wszystkim, Wittgensteinowskiej filozofii matematyki. Znamienne jest już to, że droga Wittgensteina do filozofii wiodła właśnie przez podstawy matematyki, ku którym z kolei zwrócił on swoje zainteresowania w trakcie studiów na politechnikach w Berlinie i Manchesterze. (Coś, co można by nazwać „punktem widzenia inżyniera”, stanie się odtąd jednym z trwałych rysów jego filozofowania, co w odniesieniu do filozoficznych podstaw matematyki wyrazi się m.in. w przydawaniu przezeń wielkiego znaczenia aspektowi zastosowań matematyki, jak też w zaabsorbowaniu ideą mechanizacji procedur matematycznych). Już w 1909 r. Wittgenstein podejmuje próbę oryginalnego rozwiązania problemu, jakim była odkryta przez Russella antynomia w podstawach systemu Fregego (ostateczną wersję tego rozwiązania, niezależną od teorii typów, przedstawi w *Traktacie*). W 1912 r. ostatecznie porzuca studia techniczne i przenosi się do Cambridge, by w Trinity College studiować logikę i filozofię pod kierunkiem Russella i Moore’a. W tym też czasie konkretyzuje się jego — powzięta w 1911 r. — idea napisania dzieła filozoficznego, pomyślanego — jak to nieco później zwięźle wyrazi — jako rozwiązanie wszystkich zagadnień, „od podstaw logiki po istotę świata”²³. Realizacją (dodajmy — pierwszą z wielu) tej idei będzie *Traktat logiczno-filozoficzny*.

Warto wszakże — i to również w kontekście rozważań nad filozofią matematyki Wittgensteina — pamiętać o innym wątku jego wczesnej biografii intelektualnej, a mianowicie fascynacji myślą Schopenhauera. To w dużej mierze z niej właśnie bierze swój początek zainteresowanie Wittgensteina problematyką woli, podmiotowości, działania czy intencji, którą będzie on zbiorczo obejmował mianem „filozofii psychologii”, w swym dość specyficznym, szerokim rozumieniu tego terminu. Przekonanie o ścisłym związku między filozofią matematyki a filozofią psychologii, któremu Wittgenstein daje wyraz w ostatnim akapicie *Dociekań*²⁴, to bodaj jedna z tych zagadek, od których rozwikłania wydaje się zależeć całościowa interpretacja jego myśli. Tutaj wskażę tylko na jeden z punktów, w których stykają się oba kręgi zainteresowań Wittgensteina. Jest nim wspomniana już wcześniej kwestia konieczności matematycznej, skądinąd frapująca Wittgensteina z przyczyn natury ogólnofilozoficznej. Kwestię tę — w czym zresztą wyraża się jego antyplatonizm — Wittgenstein rozważa m.in. przez pryzmat przymusu, jaki wywierają na nas obliczenia i dowody matematyczne. Na czym polega owa „bezwzględność” matematyki i jak ma się ona

²³ *Dzienniki 1914–1916*, dz. cyt., s. 130.

²⁴ Dochodzi ono do głosu również w częstym przyrównywaniu przez Wittgensteina poszczególnych stanowisk w filozofii matematyki do określonych nurtów filozofii psychologii, np. finityzmu do behawioryzmu (zob. *Uwagi o podstawach matematyki*, dz. cyt., II-61).

do — rozumianego w dużej mierze po Schopenhauerowsku — „prymatu woli”, tak charakterystycznego dla Wittgensteinowskiego rozumienia człowieka? Oto przykład pytań, przewijających się przez całą twórczość Wittgensteina, a dotyczących zarówno podstaw matematyki, jak i psychologii.

Ciągłość cechująca Wittgensteinowskie dociekania nad matematyką to jednak nie tylko stałość podstawowych problemów, lecz także — co już może zaskakiwać — pokrewieństwo podstawowych idei składających się na ich rozwiązywanie. Te idee to przede wszystkim: 1) antyplatonizm, tzn. odrzucenie tezy o istnieniu specyficznych przedmiotów matematyki; 2) przekonanie o unikalnym charakterze zdań matematyki zarówno w stosunku do twierdzeń logiki, jak i zdań empirycznych; 3) patrzenie na matematykę przede wszystkim jako na zbiór specyficznych rachunków i technik, nie zaś nagromadzenie prawd jakiegokolwiek rodzaju; 4) prymat podejścia intensjonalnego nad ekstensjonalnym; 5) odrzucenie wszelkich prób ugruntowania matematyki (filozoficznych, logicznych lub matematycznych), a wraz z nim — odmowa uznania doniosłości wiodących prądów w filozofii matematyki: logicyzmu, formalizmu i intuicjonizmu. Celowo pomijam w tym pobieżnym wyliczeniu wątki bardziej specyficzne, jak np. domniemany ultrakonstruktywizm Wittgensteina, których właściwa ocena wydaje się możliwa dopiero na gruncie wnikliwej interpretacji odpowiednich — nie zawsze jednoznacznych — wypowiedzi filozofa. Już jednak wskazane, nader ogólne punkty dają wyobrażenie tyleż o fundamentalnym charakterze założeń przyświecających Wittgensteinowskiej filozofii matematyki, co o stopniu, w jakim pozostaje ona — od *Traktatu* aż do *Dociekań* i *Uwag o podstawach matematyki* — zasadniczo tą samą filozofią matematyki.

Wittgenstein and philosophy of mathematics

The author presents Wittgenstein's philosophy of mathematics against the background of his developing philosophical ideas and highlights the influence of mathematics on Wittgenstein's treatment of other problems. He claims that Wittgenstein did not simply apply his theories of language and mind to mathematics, but on the contrary, projected the concept of necessity, initially conceived as mathematical necessity, on other philosophical issues. Reflections on the foundations of mathematics were the driving force of Wittgenstein's philosophical development, and the inconclusive form of his philosophical ideas was at least partly due to his inability to overcome the vexations caused by unsolved mathematical queries.