

Marek Łagosz

Zbiór nieskończony w sensie Dedekinda – próba interpretacji ontologicznej

W artykule tym podejmuję problem rozumienia nieskończoności wszechświata¹. Ściślej: rozważam możliwość interpretacji nieskończoności świata materialnego w oparciu o definicję zbioru nieskończonego w sensie Dedekinda. Interesuje mnie tu, czy i na ile interpretacja taka mogłaby być zgodna ze stanowiskiem antyrealistycznym (w sensie sporu o uniwersalia).

1.

Nie mam tu oczywiście miejsca na prezentację rozmaitych sposobów rozumienia kategorii *nieskończoności*, jakie dają się odnaleźć w historii filozofii i nauki². W celu określenia treści i zakresu pojęcia *nieskończoności* najlepiej jest – jak myślę – odwołać się do ustaleń wypracowanych w naukach matematycznych (chodzi mi tu przede wszystkim o idee dotyczące nieskończoności, wprowadzone przez takich matematyków, jak: Bernard Bolzano, Richard Dedekind czy Georg Cantor, gdyż one w głównej mierze stanowią to, co można określić jako „pozytywną teorię nieskończoności”³). Za Bernardem Bolzano zakładam tutaj, że pojęcie *nieskończoności* (jak i *skończoności*) „dotyczy zawsze tylko przedmiotów, w których pod jakimś względem można wykazać wielkość i wielość”⁴. Istnieją oczywiście rozmaite nieilościowe (jakościowe) sposoby rozumienia nieskończoności. Często odróżniano (a robił to np. sam Georg Cantor⁵) „absolutną”, „intensywną”, „doskonale prostą” nieskończoność Boga od „ekstensywnej” nieskończo-

¹ Zakresem używanego w tej pracy pojęcia *wszechświata* jest cały (i tylko) materialny byt.

² Zresztą pracę tę w dużej mierze wykonał już Alexandre Koyré, patrz: A. Koyré, *Od zamkniętego świata do nieskończonego wszechświata*, Gdańsk 1998.

³ Porównaj: Bertrand Russell, *Nasza wiedza o świecie zewnętrznym*, Warszawa 2000, 163–215.

⁴ Bernard Bolzano, *Paradoksy nieskończoności*, Warszawa 1966, s. 4. Patrz także: tamże, s. 8–11.

⁵ Roman Murawski, *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, Poznań 1994, s. 160.

ności świata⁶, niewiele jednak lub nic zgoda nie mówiąc na temat tej pierwszej⁷. Nieilościowe sposoby rozumienia nieskończoności nie mają – jak sądzę – większego znaczenia dla interpretacji nieskończoności świata materialnego. Filozofowie i teolodzy odwołują się zwykle do „nieskończoności jakościowej”, próbując wykazać specyfikę bytu absolutnego⁸. To pozostaje jednak poza obszarem zainteresowania tego artykułu.

Nie wnikając w szczegóły Cantorowskiej teorii zbiorów i liczb pozaskończonych⁹ ani – znanej dobrze krytyki pojęcia *nieskończoności*, jakiej z matematycznego punktu widzenia dokonał B. Bolzano w *Paradoksach nieskończoności*, podam tu od razu definicję zbioru nieskończonego w sensie Dedekinda: „zbiór X jest nieskończony w sensie Dedekinda, gdy istnieje taki jego podzbiór właściwy Y [...], że Y jest równoliczny z X ”¹⁰ (dla zbioru wszystkich liczb naturalnych podzbiorem takim jest np. zbiór wszystkich liczb parzystych)¹¹. Takie określenie, uzupełnione rezultatami matematycznej teorii nieskończoności Cantora oraz uwagami Bolzana z *Paradoksów nieskończoności*¹², wyznacza jed-

⁶ A. Koyré, tamże, s. 62.

⁷ Nie znaczy to oczywiście, że „ilościowe”, matematyczne rozumienie nieskończoności wolne było (historycznie rzecz ujmując) od nieporozumień. Wiele z nich wskazuje B. Bolzano w *Paradoksach nieskończoności*, o czym będę jeszcze pisał.

⁸ Benedykt de Spinoza pisał, że każdy z przymiotów Boga wyraża „treść wieczną i nieskończoną” (B. de Spinoza, *Etyka*, Warszawa 1991, s. 9). Wydaje się, że „nieskończoność jakościowa” ostatecznie sprowadza się do jakiegoś aspektu ilościowego. Jeśli weźmiemy np. jeden ze znanych nam – według Spinozy – przymiotów Boga – myślenie, to jego nieskończoność można rozumieć jako posiadanie nieskończonej liczby „prawd samych w sobie” (B. Bolzano pisze w *Paradoksach...* o nieskończonej liczbie prawd samych w sobie – dz. cyt., s. 10–11, 16).

⁹ G. Cantor odróżniał pozaskończoność (nieskończoność matematyczną pewnych mnogości) od nieskończoności absolutnej, realizującej się w Bogu. Gottlob Frege zdefiniował liczbę danego zbioru jako klasę wszystkich zbiorów do niego podobnych (patrz: B. Russell, tamże, s. 209–211), co daje podstawę do mówienia o liczbach pozaskończonych, gdy dysponuje się już pojęciem zbioru pozaskończonego.

¹⁰ *Mała encyklopedia logiki*, Wrocław–Warszawa–Kraków–Gdańsk–Łódź, 1988, s. 227.

¹¹ Sam R. Dedekind sformułował tę definicję tak: „System S nazywa się nieskończonym, jeżeli jest podobny do pewnej swojej części właściwej” (R. Murawski, *Filozofia matematyki. Zarys dziejów*, Warszawa 2001, s. 65). Na „paradoksalną” własność zbiorów nieskończonych, którą wykorzystał R. Dedekind w swojej definicji zbioru nieskończonego, zwrócił uwagę m.in. B. Bolzano w *Paradoksach nieskończoności*, gdzie czytamy: „Dwie mnogości, obie nieskończone, mogą pozostawać względem siebie w takim stosunku, że z jednej strony każdy element należący do jednej z tych mnogości można złączyć w parę z jednym elementem z drugiej, tak że żaden element którejkolwiek z nich nie pozostaje bez włączenia go w parę, jak również żaden nie powtarza się w dwu lub więcej parach; z drugiej jednak strony możliwe jest przy tym, że jedna z tych mnogości zawiera drugą jako pewną część jedynie [...]” (tamże, s. 31).

¹² Bolzano argumentuje tam m.in., że nieskończoność nie może być pojęta jako: 1) wielkość zmienna, której wartość rośnie nieograniczenie (jako granica „nieograniczonego wzrastania”), 2) niezdolna do dalszego powiększania się, 3) coś, co nie ma końca, 4) niemożliwa do ogarnięcia umysłem itp. (patrz: B. Bolzano, tamże, s. 11–20).

noznacznie pojęcie *nieskończoności* i zaprzecza tezie o niepojmowalności tej ostatniej¹³.

W związku z podaną wyżej definicją nieskończoności narzuca się pytanie: czy i na ile idea *nieskończoności* wypracowana w myśleniu matematycznym da się przenieść na grunt ontologii i zastosować do zagadnienia nieskończoności wszechświata? Biorąc pod uwagę rozróżnienie Cantora na: 1) nieskończoność absolutną, 2) nieskończoność realizującą się w świecie zależnym i stworzonym, 3) nieskończoność pojmowaną przez myśl *in abstracto* jako wielkość matematyczna, liczba czy typ porządkowy¹⁴, problem sprowadza się do tego, w jaki sposób połączyć dwa ostatnie z wymienionych za Cantorem sposobów rozumienia nieskończoności aktualnej. Można przypuszczać, że – jeśli „księga przyrody zapisana jest w języku matematyki” – także w przypadku zagadnienia nieskończoności wszechświata sięgnięcie po rezultaty wypracowane w matematyce może przynieść pomyslnie efekty. Notabene sam Cantor nadawał swojej teorii mnogości znaczenie ontologiczne i utrzymywał – na co zwraca uwagę R. Murawski – że „aktualnie nieskończone liczby pozaskończone istnieją *in concreto*”¹⁵.

Próbując odpowiedzieć na pytanie postawione w poprzednim akapicie, ograniczę swoje rozważania do samej definicji Dedekinda. Problem sprowadza się w tym wypadku głównie do kwestii, czy materialny świat jako całość, względnie jego fragmenty lub, lepiej – aspekty, mogą być traktowane jako zbiory w dystrybutywnym, teoriomnogościowym sensie. Ścisłej rzecz ujmując: matematyczną definicję nieskończoności będzie można odnieść do świata materialnego, gdy a) da się uzasadnić, że zbiory w rozumieniu teoriomnogościowym istnieją w pewnym sensie w materialnym świecie, lub b) wykaże się adekwatność tej definicji także w odniesieniu do kolektywnego rozumienia zbioru (zbiór jako agregat złożony z części). Przyjrzymy się obu tym możliwościom.

2.

Potraktujmy wszechświat jako zbiór w sensie kolektywnym, mereologicznym (jest to jeden z dwóch zasadniczych sposobów rozumienia w logice terminu „zbiór”), tj. jako całość złożoną z pewnych części. Biorąc pod uwagę, że relacja *bycia częścią* – jako przechodnia – różni się zasadniczo od teoriomnogościowej relacji *należenia do*, która jest nieprzechodnia, można mieć wątpliwość, czy zaproponowane określenie zbioru (w sensie dystrybutywnym) nieskończonego da się zastosować do agregatów. Sądzę, że ta formalna różnica nie ma w tym wy-

¹³ W dziejach filozofii niepojmowalność nieskończoności głosili np. Galileusz (patrz: A. Koyré, tamże, s. 106–107) oraz Bleise Pascal (B. Pascal, *Myśli*, Warszawa 1989, s. 231).

¹⁴ *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych* (wybór, komentarz i opracowanie R. Murawski), Poznań 1994, s. 160.

¹⁵ R. Murawski, *Filozofia matematyki. Zarys dziejów*, s. 72.

padku decydującego znaczenia i pewien agregat mógłby być równoliczny (pod względem składających się nań elementów) z jakąś swoją częścią właściwą¹⁶. Na przykład – jak można by rzecz ująć w reizmie pansomatycznym – między nieskończoną liczbą rzeczy-ciał w całej przestrzeni a rzeczami-ciałami w pewnym pasie tej przestrzeni dałaby się ustalić odpowiedniość wzajemnie jednoznaczna.

Jeśli jednak w rzeczywistości nie istnieją rzeczy jako samoistne, odrębne składniki świata (Arystotelesowskie substancje pierwsze) ani też jakieś proste elementy materialnego bytu (np. atomy atomistów), jeśli materia jest „niewyczerpalna w głąb”, ciągła, a nasz sposób wydzielania jej „prostych” elementów jest zawsze względny i arbitralny, to zastosowanie matematycznej definicji nieskończoności do wszechświata staje się problematyczne. Byt materialny bowiem należałoby wtedy rozumieć jako kontinuum pola-energii. W takim jednak wypadku brane pod uwagę określenie będzie nieadekwatne. Warunek podany w *definiensie* będą bowiem spełniać także skończone (ograniczone) fragmenty materialnego bytu – analogicznie do skończonego wycinka przestrzeni, który jest równoliczny z każdym wycinkiem przestrzeni, będącym jego częścią właściwą. Moc zbioru punktów każdego wycinka przestrzeni jest bowiem mocą zbioru wszystkich liczb rzeczywistych. Oczywiście przestrzeń jako zbiór punktów (całość złożona z punktów) jest matematyczną abstrakcją, idealizacją. Realnie rzecz ujmując, przestrzeń należałoby chyba utożsamić po prostu z rozciągłą materią. Odnotujmy jeszcze, że, rozważając skończony (ograniczony) wycinek kontinuum czasoprzestrzennego, mamy do czynienia z sytuacją, w której to, co skończone, składa się z nieskończonej mnogości „części”¹⁷.

Zauważmy teraz, że problem z aplikacją matematycznego określenia nieskończoności do materialnego bytu, pojętego jako kontinuum czasoprzestrzenne pola-energii, „zniknie”, gdy tę ontologiczną charakterystykę uzupełnimy założeniem epistemologicznym: w skończonym wycinku czasoprzestrzeni jesteśmy w stanie wyodrębnić każdorazowo tylko skończoną liczbę bytów materialnych (rzeczy, procesów, zdarzeń, kwantów energii itp.), i uznamy, że to jest właśnie ten skończony materialny agregat, o który nam chodzi. Tyle tylko, że rozwiązanie takie razi subiektywizmem i relatywizmem. Istnieją jednakże obiektywne (fizyczne) racje przemawiające przeciw traktowaniu rzeczywistości jako ciągłego pola. W *Istocie teorii względności* Albert Einstein pisał m.in.:

Można wymienić ważne powody, ze względu na które nie da się rzeczywistości opisać przy pomocy pola ciągłego. Zjawiska kwantowe wskazują z pewnością na to, że ograniczony układ fizyczny o skończonej energii można w pełni opisać przy pomocy skoń-

¹⁶ Jest prawdopodobne, że – analogicznie jak w stosunku do pojęć *zbioru* i *elementu zbioru* – pojęcie nieskończoności ma sens także w odniesieniu do *całości* i *części*.

¹⁷ Nie ma w tym oczywiście nic paradoksalnego. Porównaj: B. Bolzano, *Paradoksy nieskończoności*, s. 27-30.

czonego ciągu liczb (liczby kwantowe). To wydaje się być w sprzeczności z teorią o parametrach ciągłych¹⁸.

3.

Spróbujmy teraz potraktować materialny świat jako zbiór w sensie teoriomnogościowym (dystrybutywnym). Czy istnieje jakiś racjonalny sens, w jakim moglibyśmy mówić o istnieniu we wszechświecie tak rozumianych zbiorów¹⁹?

Zdzisław Augustynek, zmierzając do pogodzenia materializmu z realizmem idealistycznym, jako alternatywę dla nieaktualnego już – jego zdaniem – „materializmu nominalistycznego” („[...] jedynymi przedmiotami są indywidua [...] każde indywiduum jest materialne [...] każdy przedmiot jest materialny”²⁰) przedstawił jedną z wersji „materializmu realistycznego”²¹, tzw. materializm realistyczny pośredni. Stanowisko to głosi, że „każde indywiduum jest materialne, a wśród zbiorów tylko pewne są materialne, inne zaś – nie”²². Zbiory materialne to – według Augustynka – „zbiory indywiduów, czyli zbiory pierwszego typu logicznego”²³. Koncepcja taka – poza wieloma innymi – niesie ze sobą (jak każdy dualizm) tę podstawową trudność, że nie wiadomo, jak scharakteryzować relacje łączące materialne indywidua z niematerialnymi zbiorami. W przypadku zbiorów pierwszego typu logicznego można wprawdzie przyjąć – jako że zbiory te zostały uznane przez Augustynka za materialne (dlaczego akurat one zostały w ten sposób wyróżnione?!) – iż wchodzą one z indywiduami w pewne relacje o charakterze realnym, „energetycznym”. Na czym jednak dokładnie miałyby polegać te realne oddziaływania (przypomnijmy, że Augustynkowi chodzi o dystrybutywne (teoriomnogościowe), a nie konglomeratywne – mereologiczne – rozumienie zbiorów), nie bardzo wiadomo. Czy mogłyby to być np. związki kauzalne? Sam autor przywołanej koncepcji przyznaje, iż „jest to jednak sprawa złożona i dlatego wymaga odrębnego rozpatrzenia”²⁴.

Spróbujmy zatem wyświecić bliżej sens, w jakim zbiory teoriomnogościowe mogłyby zostać uznane za realny „składnik” materialnej rzeczywistości. Otóż zbiór w sensie dystrybutywnym (klasę abstrakcji) tworzymy, ustalając relację równoważności ze względu na pewną cechę branych pod uwagę przedmiotów²⁵. Odwo-

¹⁸ A. Einstein, *Istota teorii względności*, Warszawa 1958, s. 191–192.

¹⁹ Russell np. traktuje klasy (zbiory) jako symboliczne fikcje, będąc przy tym agnostykiem w kwestii ich istnienia (B. Russell, *Wstęp do filozofii matematyki*, Warszawa 1958, s. 269–270).

²⁰ Z. Augustynek, *Wersje materializmu*, w: *Ontologia. Antologia tekstów filozoficznych*, Wrocław–Warszawa–Kraków 1994, s. 238.

²¹ Tamże.

²² Tamże, s. 239.

²³ Tamże.

²⁴ Tamże, s. 240.

²⁵ Przez „przedmiot” rozumiem tutaj jakiegokolwiek materialne indywiduum, np.: rzecz (ciało), kwant energii, proces, zdarzenie.

lujemy się tu zawsze do jakiegoś podobieństwa przedmiotów, które jest czymś obiektywnym. Jeśli pewne przedmioty spełniają daną funkcję propozycjonalną, to coś je ontycznie łączy. Podobieństwo to może być wprawdzie bardziej bądź mniej istotne (ta sama masa, kolor czy długość), ale zawsze ma ono swe ontyczne umocowanie. Nawet jeśli utworzę zbiór – powiedzmy – w oparciu o predykat „x jest aktualnie w polu mojego widzenia”, to będzie on (choć w pewnym sensie arbitralny) odzwierciedleniem realnej sytuacji (ja i przedmioty moich aktualnych spostrzeżeń). W związku z powyższym można przyjąć, że nie tyle tworzymy relacje równoważności, co je odkrywamy. Każdy przedmiot jest – jak można by utrzymywać – elementem jakiejś klasy o tyle, o ile jest on (pod jakimś względem) podobny do innego przedmiotu. Jeśli zaś jest on pod pewnym względem podobny tylko do siebie samego, to sytuacja taka stanowiłaby ontyczny odpowiednik zbioru jednoelementowego²⁶.

W pewnym sensie klasy są wszechobecne. Każde podobieństwo „wyznacza” klasę. Przy czym po to, aby rzeczy były do siebie podobne, nie potrzeba porównującego umysłu (rola umysłu ogranicza się raczej do wyboru aspektu, względem którego rozpatruje on przedmioty). Gady kopalne np. były przecież podobne do siebie pod wieloma względami.

Przy takiej ontologicznej interpretacji teoriomnogościowego pojęcia *zbioru* pojawia się trudność z rozumieniem zbioru pustego. Jeśli bowiem obiektywne istnienie tego ostatniego oznaczałoby, że istnieje pewna własność, a nie ma przedmiotów, które ją posiadają, to mielibyśmy realizm w sensie sporu o uniwersalia²⁷. Chyba że rzecz rozumieć tak, iż dla każdej grupy przedmiotów podobnych pod jakimiś względami istnieje cecha *posiadana przez inne przedmioty*, której przedmioty z branej pod uwagę grupy nie posiadają. Przy tym rozumieniu jasne staje się to, że zbiór pusty jest podzbiorem każdego zbioru²⁸. Ontycznym odpowiednikiem zbioru pustego byłby *brak* określonej cechy w pewnej grupie przedmiotów, a zatem niezachodzenie w tej grupie pewnej szczególnej relacji podobieństwa. Problem byłby tu chyba tylko ze zbiorem wszystkich przedmiotów materialnych²⁹,

²⁶ Na podstawie takiej interpretacji można wytłumaczyć, dlaczego „klasa, która ma tylko jeden element, nie jest identyczna z tym jednym elementem” (B. Russell, *Wstęp do filozofii matematyki*, s. 268). Otóż materialny obiekt nie jest identyczny z jakimś swoim aspektem ontycznym: z przysługującą mu własnością czy relacją, w jakiej pozostaje do innego obiektu.

²⁷ Można mieć też wątpliwość, czy już samo powoływanie się przy ontologicznej interpretacji pojęcia *zbioru* w sensie *dystrybutywnym* na podobieństwo obiektów pod jakimś względem nie pociąga za sobą realizmu, tj. uznania, że istnieje powszechnik: relacja *podobieństwa* (patrz: B. Russell, *Problemy filozofii*, Warszawa 1995, s. 107). Czy jednak podobieństwa nie można uważać po prostu za relację indywidualną i ontycznie nieoddzielną od swych konkretnych członów?

²⁸ Kazimierz Kuratowski, Andrzej Mostowski, *Teoria mnogości*, Warszawa–Wrocław 1952, s. 9–10.

²⁹ Istnieje – jak można przypuszczać – najogólniejszy wzgląd, pod którym wszystkie przedmioty materialne (rzeczy, zdarzenia, procesy itp.) można uważać za elementy jednego zbioru. Aspekt ten wyznaczałaby definicja materii.

gdyż nie dałoby się dobrać takiej realnie istniejącej cechy, której nie posiadałby żaden przedmiot z tej najszerzej grupy. Cecha, której nie posiadałby żaden przedmiot materialny (np. cecha *bycia nieidentycznym z samym sobą*), musiałaby zostać uznana za powszechnik (?).

Narzuca się tu jeszcze inny problem. Jeśli wszechświat będziemy pojmować jako sieć obiektywnych i krzyżujących się ze sobą podobieństw między indywiduami („wyznaczających” zbiory w sensie dystrybutywnym), to pojawia się automatycznie pytanie: czy podobieństwa podobieństw itd. (a tym samym „wyznaczane” przez nie zbiory zbiorów itd.) też istnieją realnie, obiektywnie? Jeżeli odpowiemy twierdząco na to pytanie³⁰, to można mieć uzasadnioną wątpliwość, czy mamy prawo mówić o wszechświecie jako całości (a przecież ontologia często pretenduje do ujęcia całości bytu materialnego). W takim bowiem wypadku wszechświat należałoby traktować jako zbiór wszystkich zbiorów (podobieństwo wszystkich podobieństw), a pojęcie *zbioru wszystkich zbiorów* jest – jak wiadomo z teorii mnogości – antynomiczne (zbiór wszystkich zbiorów nie istnieje)³¹.

A jak rzecz będzie wyglądać, gdy ograniczymy się do zbioru wszystkich realności materialnych? W takim wypadku zakładamy, że istnieje pewna własność (własności) wspólna wszystkim (i tylko im) realnościom materialnym: ciałom, zdarzeniom, procesom, kwantom energii, polom fizycznym *etc.* Zwróćmy przy tym uwagę, że przypuszczenie, iż dla każdej „dobrze” określonej własności istnieje zbiór wszystkich przedmiotów tę własność posiadających (we wczesnej postaci teorii mnogości istnienie takiego zbioru gwarantował tzw. pewnik abstrakcji), prowadzi w teorii mnogości do sprzeczności³². Można teraz mieć wątpliwość, czy ze zbiorem wszystkich realności materialnych (jako zbiorem bardzo „bogatym”) nie wiąże się sprzeczność (?)³³. Uważam, że nie ma tu zasugerowanego niebezpieczeństwa sprzeczności. Antynomie w teorii mnogości, za które odpowiedzialnym uznawano „pewnik abstrakcji”, nie dotyczyły zbiorów indywiduów (konkretów), ale – zbiorów wyższych typów: zbiór wszystkich zbiorów; zbiór wszystkich zbiorów niebędących swoimi elementami; zbiór wszystkich liczb porządkowych (typów porządkowych zbiorów dobrze uporządkowanych). Pokazywały one, że coś

³⁰ Jak chce np. Russell (B. Russell, *Problemy filozofii*, Warszawa 1995, s. 107).

³¹ K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, Warszawa 1980, s. 67–69.

³² W związku z powyższym Ernst Zermelo zaproponował zastąpienie pewnika abstrakcji (umożliwiającego uznawanie istnienia zbiorów „maksymalnie bogatych”) tak zwanym „aksjomatem wyróżniania”, zgodnie z którym można „tworzyć zbiory z elementów spełniających dowolne własności (wyrażone w języku teorii mnogości), ale nie z dowolnych elementów (jak na to pozwalał pewnik abstrakcji), lecz z elementów należących już do jakichś istniejących zbiorów” (*Mała encyklopedia logiki*, Wrocław–Warszawa–Kraków–Gdańsk–Łódź 1988, s. 195).

³³ Tym bardziej, że – jeśli przyjmiemy stanowisko monizmu materialistycznego: nie istnieje nic, co nie byłoby realnością materialną – nie będziemy mogli wyróżnić tego zbioru jako podzbioru innego zbioru („zabezpieczający” przed antynomiami „aksjomat wyróżniania” nie będzie w tym wypadku stosowalny).

nie jest w porządku z pojęciem *zbioru*. W nominalizmie, w którym odrzuca się istnienie zbiorów (podobieństw podobieństw), przyjmując jedynie istnienie jednostkowych podobieństw między indywiduami³⁴, zagrożenie antynomią jest niewielkie (bądź zgoła nie występuje wcale).

Wyjściem z sytuacji grożącej antynomią byłoby zatem założenie, że realnie istnieją jedynie konkretne podobieństwa między materialnymi indywiduami³⁵; podobieństwa między podobieństwami zaś, na których ufundowane jest pojęcie *zbioru zbiorów*, są konstrukcjami umysłowymi, mają być czysto intencjonalny, językowy (metajęzykowy). Rzeczy są obiektywnie podobne (istnieją poszczególne, konkretne podobieństwa) i nie trzeba wcale zakładać istnienia podobieństwa jako powszechnika odnoszącego się czy to do indywiduów, czy też – do poszczególnych podobieństw, podobieństw podobieństw itd. Podobieństwo rzeczy wynika z ich natury. W *Sumie logicznej* Wilhelm Ockham, stosując słynny postulat metodologiczny zwany *brzytwą*, wyjaśnia, że po to, aby wytłumaczyć większe podobieństwo Sokratesa i Platona niż Sokratesa i osła, nie musimy zakładać istnienia elementu, dzięki któremu są oni podobni. „Wystarczy bowiem stwierdzić, że są do siebie bardziej podobni ze względu na siebie samych”³⁶. Wcale zatem nie jest oczywiste, że – jak pisze Russell – „na nic się nie zda powiedzenie, że dla każdej pary podobieństwo jest inne, bo wtedy będziemy musieli stwierdzić, że owe podobieństwa podobne są do siebie, tak więc w końcu zmuszeni będziemy przyznać, iż podobieństwo jest bytem ogólnym”³⁷. Przecież można by tu dopuścić chociażby regres w nieskończoność, co pozwoliłoby uniknąć realizmu (uznania istnienia uniwersaliów)³⁸. Wydaje się, że próby ontologizacji teoriomnogościowego pojęcia *zbioru* mogą być przeprowadzane w antyrealistycznym duchu. Dokładniej mówiąc: trudno w tej kwestii przyznać rację tak skrajnym realistom, jak i radykalnym nominalistom (terministom). Do tych ostatnich należał np. B. Russell w pewnej fazie swojej twórczości (etap *Principia Mathematica*), który symbole oznaczające klasy traktował jako niekompletne, tj. jako napisy nieoznaczające niczego³⁹. Przy

³⁴ B. Russell sugerował, że ceną za takie rozstrzygnięcie jest regres w nieskończoność (patrz: B. Russell, *Problemy filozofii*, Warszawa 1995, s. 107). Można mieć jednak wątpliwości – szczególnie, jeśli stoi się na gruncie infinytyzmu ontologicznego oraz realizmu teoriopoznawczego (klasyczna idea prawdy) – czy argument z regresu w nieskończoność może (powinien) funkcjonować jako negatywne kryterium metodologiczne (?).

³⁵ Zgadzałoby się to ze wspomnianym wyżej (s. 85) stanowiskiem Z. Augustynka, że tylko zbiory indywiduów (zbiory pierwszego typu logicznego) są materialne.

³⁶ W. Ockham, *Suma logiczna*, Warszawa 1971, s. 77.

³⁷ B. Russell, *Problemy filozofii*, Warszawa 1995, s. 107.

³⁸ Jak już mówiłem wyżej (przypis 34.), w filozofii zbyt często i bezkrytycznie odrzuca się pewne możliwości na podstawie stwierdzenia regresu w nieskończoność. Myślę, że ten metodologiczny *horror infiniti* niekoniecznie jest uprawniony. Jeśli bowiem byłby nieskończony, to regres w nieskończoność powinien być dopuszczalny, a nawet – zgodnie z klasyczną ideą prawdy – pożądany.

³⁹ Patrz: R. Murawski, *Filozofia matematyki. Zarys dziejów*, Warszawa 2001, s. 92.

pomocy „analizy redukcyjnej”, mającej być swoistą realizacją *brzytwy Ockhama*, Russell wyeliminował (czy też raczej wykazał możliwość takiej eliminacji) symbole rzekomo oznaczające zbiory, otrzymując wypowiedzi o własnościach. W ten sposób „zredukował” niejako zbiory do funkcji zdaniowych⁴⁰. Tyle tylko, że redukcja taka wcale nie rozwiązuje problemu „platonizmu” (np. realizmu w sensie sporu o uniwersalia), a jedynie go przesuwają. Wciąż bowiem pozostaje nierozstrzygnięte, jaki jest charakter samej funkcji zdaniowej. Czy nie powinniśmy interpretować tego pojęcia ontologicznie, przypisując wyrażeniom funkcyjnym jakieś pozajęzykowe korelaty semantyczne?

W moim rozumieniu tak zbiory, jak i określające je funkcje, mają swoje ontyczne zakorzenienie. Są one – powtórzę raz jeszcze – wyznaczane przez faktycznie występujące jednostkowe podobieństwa aspektów (cech) przedmiotów materialnych. Podobieństwa te stanowiłyby podstawę dla operacji intelektualnych (abstrakcja, idealizacja, generalizacja), których skutkiem jest to, co w myśleniu nazywamy ogólnym.

Przy zaproponowanej tu teoriomnogościowej interpretacji nieskończoność wszechświata – rozumianego jako zbiór wszystkich obiektów fizycznych – mogłaby np. oznaczać, że zbiór-wszechświat jest równoliczny ze zbiorem wszystkich przedmiotów posiadających masę spoczynkową. Jak bowiem wiadomo, w fizyce odmawia się posiadania masy spoczynkowej niektórym cząstkom, np. fotonom (problematyczne jest także posiadanie masy spoczynkowej przez neutrino). Zbiór obiektów posiadających masę spoczynkową jest zatem podzbiorem właściwym zbioru wszystkich obiektów fizycznych.

Zarysowana tu próba teoriomnogościowej interpretacji nieskończoności wszechświata może zostać posądzona o nakładanie nieumotywowanych ograniczeń na teorię mnogości – np. wymogu homogeniczności (zakaz tworzenia zbiorów mieszanych, tj. takich, których elementami byłyby przedmioty różnych typów logicznych)⁴¹. Rzeczywiście wyżej pisałem o zbiorach indywiduów (o podobieństwach między indywiduami), nie rozważając możliwości istnienia zbiorów mieszanych. Chcę tu jednak wyjaśnić, że propozycji powyższej nie można traktować jako ograniczającej teorię mnogości we wskazanym sensie. Sugerowana homogeniczność zbiorów jest raczej ograniczeniem narzuconym na teoriomnogościową interpretację nieskończoności świata materialnego (a nie – na teorię mnogości jako taką) i wynika z przyjętego tu założenia, że ten ostatni nie może być pojęty inaczej jak tylko w nominalistyczny (a w każdym razie antyrealistyczny) sposób.

Zauważmy jeszcze, że jeśli zgodzimy się na teoriomnogościową interpretację bytu materialnego (potraktujemy wszechświat jako zbiór takich czy innych indy-

⁴⁰ Tamże.

⁴¹ Notabene jest to jeden z zarzutów, jakie pojawiły się wobec teorii typów Russella-Whiteheada (patrz: R. Murawski, *Filozofia matematyki. Zarys dziejów*, Warszawa 2001, s. 93–94).

widuów) i uznamy, że jest on nieskończony w sensie Dedekinda, to pojawi się naturalne pytanie: jaką nieskończoną (pozaskończoną) mnogością jest wszechświat: przeliczalną czy nieprzeliczalną? Wydaje mi się, że wszechświatowi pojętemu dyskretnie (substancjalistycznie, np. reistycznie), tj. jako stanowiącemu mnogość oddzielnych, izolowanych elementów (substancji, rzeczy, zdarzeń, kwantów energii itp.), możemy przypisać jedynie nieskończoność przeliczalną.

Jeżeli jednak uznamy, że wszechświat stanowi kontinuum pola-energii czy jest – jak ma to np. miejsce w metafizyce Henri Bergsona – ciągłym (stanowiącym jedność) przepływem, ruchem, trwaniem⁴², to do interpretacji jego nieskończoności będziemy musieli zaangażować pojęcie *nieskończoności nieprzeliczalnej*. To, że wszechświat jest nieskończony w sposób nieprzeliczalny, można by też próbować interpretować ontologicznie jako niewyczerpalność materii „w głąb”. Przy czym myślę, że – w zależności od wyboru aspektu, od perspektywy, z jakiej spoglądamy na materialny byt (dyskretna bądź ciągła interpretacja materii) – możemy rozumieć nieskończoność wszechświata odpowiednio jako przeliczalną lub jako nieprzeliczalną. Jest prawdopodobne, że oba te sposoby rozumienia nieskończoności są komplementarne.

An Infinite Set in Dedekind's Sense – An Ontological Interpretation

The author analyzes a mathematical definition of the infinite set in Dedekind's sense. He tries to transfer the idea of infinity as it has been worked out in mathematics onto ontology and applies it to the problem of infinity of material universe. He focuses on the question whether, and if so in what sense, sets exist in the real, material world. He offers an ontological interpretation of sets that are studied by set theory and tries to establish if the ontological interpretation of sets in Dedekind's sense can be compatible with the anti-realist position in the controversy over the existence of universals.

⁴² H. Bergson, *Myśl i ruch. Dusza i ciało*, Warszawa 1963.

Bergson uznaje, że substancjalizacja i atomizacja świata dokonuje się tak w poznaniu potocznym, jak i w nauce ze względów czysto pragmatycznych. Teorie przedstawiające świat zatomizowany, „sproszkowany” są po prostu bardziej użyteczne. Jako takie mogą być one oceniane jako wypaczenie antropomorficzne (porównaj: tamże, s. 93–95).