

Jacek Paśniczek

Światy możliwe i inne

Słowa kluczowe: światy możliwe, światy niemożliwe, niestandardowe światy możliwe

Pojęcie światów możliwych zrobiło spektakularną karierę w ramach logiki i filozofii w ostatnich dekadach XX wieku. Pierwotnie zostało zastosowane przez Kripkego do konstrukcji semantyki dla logiki modalnej, później rozszerzono je na semantyki innych logik (temporalnych, epistemicznych), a także, między innymi, użyto go do eksplikacji pojęcia intensji, do budowy formalnych semantyk języka naturalnego. Jednocześnie, światy możliwe weszły na stałe do dyskursu metafizycznego – zaczęły być traktowane jako jeszcze jedna kategoria metafizyczna obok tradycyjnych kategorii takich jak przedmioty (substancje), własności, relacje itp.

Chociaż „moda” na światy możliwe doprowadziła także do nadużywania tego pojęcia, trudno wątpić, że nadal jest ono niezwykle ważnym narzędziem teoretycznym wyznaczającym nowe perspektywy badawcze. W szczególności, w ramach tych nowych perspektyw rozszerza się pojęcie światów możliwych o pojęcia innych światów w jakimś sensie nie-możliwych. I właśnie tematem niniejszej pracy jest problematyka rozszerzenia pojęcia światów możliwych.

I

Na gruncie logiki nie przesądza się o ‘metafizycznej naturze’ światów możliwych, a także o ‘naturze wewnętrznej’. O samych światach możliwych zakłada się jedynie, że tworzą pewien niepusty zbiór, na którym określona jest relacja dostępności. Można powiedzieć, że dołączając je do semantyki, jedynie wyposażamy ją w dodatkowy wymiar. Niemniej orzekamy pewne własności o światach możliwych przypisując im w szczególności takie cechy strukturalne jak niesprzeczność, zupełność, dedukcyjna domkniętość. Cechy te są konsekwencją przyjęcia klasycznej semantyki języka, a przede wszystkim warunku dla negacji:

$$V_w(\neg A)) = 1 - V_w(A),$$

z którego wynika, że formuły A i $\neg A$ nie mogą być jednocześnie prawdziwe i fałszywe w świecie w . Konsekwencją przyjęcia tej semantyki jest również fakt, że wszystkie prawa logiki klasycznej są prawdziwe w każdym świecie możliwym.

W literaturze logicznej pojawia się wiele pojęć światów, które nie są światami możliwymi: światy niemożliwe¹, światy nienormalne², światy niestandardowe³, światy nieklasyczne⁴, a nawet niemożliwe światy możliwe⁵. Trzeba zaznaczyć, że wymienione nazwy nie są stosowane konsekwentnie w jednym znaczeniu, a przy tym nazwa „światy niemożliwe” jest także często używana jako nazwa zbiorcza odnosząca się do wszelkich światów niebędących światami możliwymi. Oczywiście, różne pojęcia światów niemożliwych korespondują z różnymi formami ‘odstępstwa’ od logiki klasycznej, ale na ogół wiąże się to z takimi cechami tych światów jak możliwość pojawiania się w nich sprzeczności, niezachodzenie praw logiki (klasycznej) i opartego na nich wynikania. Podstawowymi motywami wprowadzenia światów niemożliwych są między innymi następujące powody. Po pierwsze, wskazanie semantyk dla wielu logik nieklasycznych, dla których semantyka (tylko) światów możliwych jest niewystarczająca. Wśród nich znajdują się nienormalne logiki modalne, logiki parakonsystentne, relewantne. Po drugie, zbudowanie semantyki dla różnych kontekstów intensjonalnych, w szczególności dla operatorów intensjonalnych, w tym epistemicznych. Po trzecie, podanie semantyki pozwalającej odróżniać zdania logicznie równoważne. Różne semantyki zawierające odwołanie do światów niemożliwych mogą spełniać określone cele zarówno logiczne, jak i filozoficzne, integrujące powyżej wymienione powody ich wprowadzania.

Istotną cechą większości semantyk wprowadzających światy niemożliwe jest to, że światy te, podobnie jak światy możliwe, nie są charakteryzowane wewnętrznie (np. co do swojej struktury). Tym, co je odróżnia od klasycznej semantyki światów możliwych, jest związanie ze światami niemożliwymi nieklasycznych warunków interpretacji i prawdziwości. I tylko ze względu na te warunki możemy orzekać np., że światy niemożliwe są sprzeczne, niezupełne, otwarte (nieomknięte).

¹ Chyba pierwszy użył tego terminu Morgan, por. C. Morgan, 1973, „Systems of Modal Logic for Impossible Worlds”, „Inquiry” 16, 1973: 280–289.

² Pierwszy użył tego terminu Kripke, por. S. Kripke, „Semantic Analysis of Modal Logic II: Non-normal Modal Propositional Calculi”, w: *The Theory of Models*, J. Addison et al. (eds.), North Holland Publishing 1965.

³ Por. R. Brandom, N. Rescher, *The Logic of Inconsistency: A Study in Non-Standard Possible World Semantics and Ontology*, Oxford: Basil Blackwell 1980.

⁴ M. Cresswell, M., 1972, „Intensional Logics and Logical Truth”, „Journal of Philosophical Logic” 1: 2–15.

⁵ Nie jest to nowe pojęcie w stosunku do innych, raczej jest to wersja innego wysłowienia. Por. G. Sillami, „Quantified Logic of Awareness and Impossible Possible Worlds”, 2007.

Przykładowo, w semantyce Rantali⁶ warunki prawdziwości nie są rekurencyjne w odniesieniu do światów niemożliwych, a warunek dla negacji ma postać:

$$V_w(\neg A) = 1 \text{ wtw } V_w(A) = 0$$

Sprawia to, że zdania A i $\neg A$ mogą być jednocześnie prawdziwe w świecie niemożliwym w , jak i jednocześnie fałszywe w świecie niemożliwym w .

W semantyce zaproponowanej przez Priesta dla logiki N_4 podany jest radykalnie nieklasyczny warunek prawdziwości dla formuł implikacyjnych: $A \supset B$ ⁷. Takie formuły mogą przybierać dowolne wartości logiczne w światach niemożliwych (niezależne od wartości budujących je zmiennych). W konsekwencji nawet klasyczne prawo identyczności $A \supset A$ przestaje obowiązywać. Jak twierdzi Priest, w tak ujmowanych światach logika może być krańcowo różna od logiki klasycznej.

Te dwa przykłady dają wyobrażenie o tym, skąd wynika „niemożliwość” światów – jej źródłem jest stosowanie dwóch standardów semantycznych dla światów możliwych i dla światów niemożliwych. Rodzi się pytanie, czy można tak określić światy niemożliwe, aby cechy takie jak np. sprzeczność, niezupełność czy domkniętość były ich cechami wewnętrznymi, strukturalnymi, w dużym stopniu niezależnymi od przyjmowanych warunków prawdziwości. Oczywiście, jakiegokolwiek przyjmowane warunki prawdziwości rzutują na cechy światów, także tych „możliwych”. Postulując neutralność tych warunków, mamy na myśli tylko fakt, że są one jednakowe dla światów możliwych i niemożliwych. Wydaje się, że pojęcie „światów niestandardowych” jest przykładem tego typu koncepcji światów niemożliwych.

II

Pojęcie światów niestandardowych pojawiło się w pracy Brandoma i Reschera *The Logic of Inconsistency. A Study in Non-Standard Possible Worlds*⁸. Jak wskazuje tytuł tej pracy, jej głównym celem było przynajmniej częściowe zracjonalizowanie sprzeczności, uczynienie jej „logiczną”. Jest to niewątpliwie cel zbieżny z celem tworzenia logik parakonsystentnych, ale realizowany w odmienny sposób, niż to zazwyczaj czyni się, tworząc te logiki. Idea niestandardowych światów możliwych jest zasadniczo dosyć prosta. Punktem wyjścia w konstrukcji tych światów są „zwykłe” – standardowe światy możliwe. Niech W będzie (niepustym) zbiorem

⁶ Por. V. Rantala, „Impossible worlds semantics and logical omniscience”, „Acta Philosophica Fennica” 35, 1982, 106–115.

⁷ Por. G. Priest, *An Introduction to Non-Classical Logic*, Cambridge University Press 2001, oraz tegoż autora: *Towards Non-Being. The Logic and Metaphysics of Intentionality*, Oxford University Press 2005 (wersja logiki I rzędu).

⁸ Brandom, Rescher, dz. cyt.

światów możliwych. Jeśli rozważymy dwa dowolne światy możliwe, to para tych światów wyznaczy nam dwa zbiory sądów: zbiór sądów prawdziwych jednocześnie w obu światach, jak i zbiór sądów prawdziwych w przynajmniej jednym z nich. Zgodnie z założeniem, że światy możliwe są niesprzeczne i zupełne, pierwszy zbiór będzie zasadniczo zbiorem niezupełnym (i niesprzecznym), drugi zbiorem sprzecznym (i zupełnym)⁹. Podobnie jak światy możliwe korelujemy ze zbiorami sądów, tak i zbiory sądów możemy uważać za korelaty pewnych światów, własnie światów niestandardowych. Z kolei, same sądy zwykle się identyfikować ze zbiorami światów możliwych. Dlatego światy niestandardowe mogą być pojmowane jako zbiory zbiorów światów możliwych: dla każdego n -świata n , $n \subseteq P(W)$ ¹⁰. Przyjmijmy, że termin p -światy jest skrótem nazwy „światy możliwe”, zaś termin n -światy – skrótem nazwy „niestandardowe światy (możliwe)”. Warunek prawdziwości dla n -światów będzie miał postać:

- (I) Zdanie A jest prawdziwe w n -świecie n wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje zbiór $X \in n$ taki, że $X \subseteq [A]$, gdzie $[A]$ jest zbiorem p -światów, w których prawdziwe jest zdanie A .

Podkreślmy istotną cechę tego warunku – jest on jednolity dla „standardowych” światów możliwych i światów niestandardowych i to odróżnia powyższe podejście od takich, w których wprowadza się światy inne niż możliwe.

Zauważmy, że na mocy powyższej definicji prawa logiki są prawdziwe we wszystkich n -światach. Ponieważ wszystkie zdania prawdziwe w n -świecie $\{\{w\}\}$ i tylko one są prawdziwe w p -świecie w , wobec tego p -światy można traktować jako pewne n -światy¹¹. Jeśli u, w, v, z są p -światami, to n -świat $\{\{w, v\}\}$ jest niespreczny i niezupełny – prawdziwe są w nim zdania, które są prawdziwe zarówno w w , jak i v ; n -świat $\{\{w\}, \{v\}\}$ jest zupełny i spreczny – prawdziwe są w nim zdania, które są prawdziwe w w lub w v ; n -świat $\{\{u, w\}, \{v, z\}\}$ jest niezupełny i spreczny – prawdziwe są w nim zdania prawdziwe zarazem w u i w lub prawdziwe zarazem w v i z . W n -świecie $\{W\}$ prawdziwe są zdania, które są z konieczności prawdziwe, tj. prawdziwe we wszystkich p -światach – taki świat nazwiemy *koniecznościowym*; w n -świecie $P(W) - \{\emptyset\}$ prawdziwe są zdania, które są prawdziwe w przynajmniej jednym p -świecie – taki świat nazwiemy *możliwościowym*; w n -świecie *pełnym* $\{\emptyset\}$ prawdziwe są wszystkie zdania (nawet logicznie sprzeczne); w *świecie pustym* $\emptyset$ żadne zdanie nie jest prawdziwe (nawet logicznie prawdziwe).

⁹ Pisząc „zasadniczo”, mamy na myśli to, że każde dwa światy różnią się przynajmniej jednym sądem, który zachodzi w jednym ze światów, a nie zachodzi w drugim.

¹⁰ Trzeba zaznaczyć, że nie każde dwa różne podzbiory zbioru $P(W)$ wyznaczają różne n -światy. Jeśli dla każdego $X \in m \cup n$ istnieje $Y \in m \cap n$ taki, że $X \subseteq Y$, to w n -światach m, n prawdziwe są dokładnie te same formuły.

¹¹ Z tego względu, mówiąc o n -światach, odnosimy się także do p -światów.

Zgodnie z warunkiem (I) wartość logiczna zdania w n -świecie zależy od wartości logicznych tego zdania w p -światach. Wskazuje to, że w przyjętej konstrukcji p -światy są pierwotne (ontycznie) w stosunku do n -światów. Należy jednak podkreślić, że zależność n -światów od p -światów nie ma z konieczności charakteru zależności teoriomnogościowej zbiorów od ich elementów, co może sugerować przedstawiona konstrukcja formalna. Już w pracy Brandoma i Reschera zaproponowane zostało ujęcie algebraiczne ontologii n -światów. Tak więc, do n -światów można stosować dwie operacje kraty: sumę $\oplus$ oraz iloczyn $\otimes$. N -świat $m \oplus n$ odpowiada zbiorowi sądów prawdziwych w m lub w n ; n -świat $m \otimes n$ odpowiada zbiorowi sądów prawdziwych zarówno w m , jak i n . Operacje te są operacjami kraty dystrybutywnej i można je zinterpretować teoriomnogościowo w następujący sposób:

$$\begin{aligned} m \oplus n &= m \cup n \\ m \otimes n &= \{X \cup Y : X \in m \wedge Y \in n\}, \end{aligned}$$

gdzie m i n są n -światami, tzn. $m, n \subseteq P(W)$.

Jednakże taka struktura kraty jest zbyt uboga, aby wyrazić w niej treść ontologii n -światów sformalizowanej teoriomnogościowo, a w szczególności zbyt uboga, aby móc użyć jej jako semantyki języka. Chodzi o to, że musimy wyróżnić w zbiorze kraty elementy odpowiadające p -światom.

Właściwą strukturą algebraiczną odpowiadającą temu celowi jest atomowa krata de Morgana: $N = \langle N, \bar{}, \oplus, \otimes \rangle$. Oprócz wspomnianych dwóch operacji, występuje w niej operacja negacji de Morgana, $\bar{}$ spełniająca prawa de Morgana i prawo podwójnej negacji. Operacji tej możemy nadać następującą interpretację teoriomnogościową:

$$\bar{m} = \{X \subseteq W : \text{dla każdego } Y \in m, X \cap Y = \emptyset\}$$

$\bar{m}$ jest takim n -światem, że A jest prawdziwe w $\bar{m}$ wtedy i tylko wtedy, gdy nieprawda, że $\neg A$ jest prawdziwe w m . Atomami kraty N nazywamy elementy N spełniające równość: $m = \bar{\bar{m}}$.

Struktura de Morgana jest w pewnym sensie minimalną strukturą, jaką opisujemy ontologię n -światów. Można zauważyć, że przy interpretacji teoriomnogościowej atomami są n -światy postaci $\{\{w\}\}$, gdzie w jest p -światem. Kratę de Morgana nazywamy atomową wtedy i tylko wtedy, gdy każdy jej element jest sumą iloczynów (iloczynem sumy) atomów. Dodatkowo, kratę de Morgana możemy wzbogacić o element najmniejszy $\square$ i element największy $\diamond$, które będą odpowiadały n -światom koniecznościowemu i możliwościowemu. Otrzymamy wówczas strukturę $N = \langle N, \bar{}, \oplus, \otimes, \square, \diamond \rangle$ zwaną algebrą de Morgana. Nie jest naszym zadaniem rozwijanie tutaj tego algebraicznego ujęcia. Chcieliśmy jedynie

pokazać, że zależność między p -światami a n -światami nie musi być pojmowana jako silna zależność między elementami a zbiorami, lecz jako zależność oparta na porządku kraty¹². Jednocześnie jednak struktura kraty de Morgana jest wystarczająca, aby zapewnić rekurencyjność semantycznych warunków prawdziwości, tzn. uzależnienie prawdziwości w n -światach od prawdziwości w p -światach (por. następne rozdziały). Niemniej, kierowani względami jasności i prostoty, będziemy w dalszych rozważaniach odwoływali się do teoriomnogościowej interpretacji ontologii n -światów.

III

Logiki modalne oparte na semantyce światów możliwych w swej warstwie przedmiotowej niewiele mówią bezpośrednio o samych tych światach. Właściwie tylko tyle, że jakieś zdanie jest prawdziwe we wszystkich światach lub że jest prawdziwe w niektórych światach, lub że jest prawdziwe w świecie aktualnym. Ale oczywiście w języku przedmiotowym nie wyrażamy prawdziwości w konkretnym świecie możliwym lub niemożliwym. Podstawową przyczyną takiego stanu rzeczy jest to, że nie jesteśmy po prostu zainteresowani samą „logiką światów możliwych”, lecz pewnymi logikami (modalną, temporalną, epistemiczną itd.) wyznaczanymi przez semantykę opartą na tych światach.

Od strony językowej wyrażenie „w świecie w prawdą jest, że...” jest spójnikiem jednoargumentowym tak jak wyrażenia modalne „możliwe, że...” lub „konieczne, że...”. Możemy zatem im przyporządkowywać korelaty semantyczne tej samej kategorii. Pytanie, jaka to może być kategoria, skoro mamy do czynienia z operatorami o tak różnej treści. Jedną z możliwości polega na tym, że wszystkim operatorom przyporządkujemy n -światy. W przypadku „w świecie n prawdą jest, że...” będzie to oczywiście n -świat n , w przypadku „możliwe, że...” n -świat możliwościowy, a w przypadku „konieczne, że...” n -świat koniecznościowy. Analogicznie możemy przyporządkowywać n -światy innym operatorom, np. epistemicznym (świat wiedzy, świat przekonań), czasowym (świat przyszłości, świat przeszłości)¹³. W dalszym ciągu rozważań będziemy korelatywnie mówili o operatorach i n -światach w tych miejscach, gdzie nie będzie to czyniło istotnej różnicy.

¹² Podobna strategia jest stosowana w klasycznej semantyce – aby uniezależnić ją od teoriomnogościowych nadinterpretacji, stosuje się atomową algebrę Boole’a. Por np. E.L. Keenan, i L.M. Faltz, *Boolean Semantics for Natural Language*, Dordrecht: Reidel Publishing Company 1985.

¹³ Gwoli sprawiedliwości trzeba przyznać, że nie wszystkim operatorom da się przypisać korelat semantyczny, który można tłumaczyć jako „świat”. Przykładowo, interpretacją operatora „przeważnie jest tak, że...” jest zbiór $\{X \subseteq W: |X| > |W-X|\}$, będący podzbiorem zbioru $P(W)$ (jest to tzw. kwantyfikator Reschera).

Powyższe uwagi prowadzą do idei logiki n -światów. Podstawowa formuła języka tej logiki ma postać $\underline{n}A$ – czytamy ją: w n -świecie n jest tak, że A (w n -świecie n prawdziwa jest formuła A). Przyjmujemy, że język zawiera nieskończenie wiele symboli operatorowych reprezentujących n -światy: $\underline{n}$, $\underline{n}_1$, $\underline{n}_2$, ..., oraz dwa operatory stałe: $\Box$, $\Diamond$. Zakładamy, że α , β przebiegają operatory języka, zarówno zmienne, jak i stałe. Funkcja I określa interpretacje operatorów: $I(\alpha) \subseteq P(W)$, a w szczególności $I(\Box) = \{W\}$, $I(\Diamond) = P(W) - \{\emptyset\}$ oraz wartościowanie zmiennych zdaniowych w poszczególnych p -światach¹⁴.

Przyjmujemy następujący warunek prawdziwości dla formuł postaci αA ze względu na interpretację I (analogiczny do (I)):

- (II) Formuła αA jest prawdziwa w p -świecie w ze względu na interpretację I wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje zbiór $X \in I(\alpha)$ taki, że $X \subset [A]_I$, gdzie $[A]_I$ jest zbiorem p -światów, w których prawdziwa jest formuła A ze względu na wartościowanie I .

Pozostałe warunki prawdziwości są analogiczne do warunków dla klasycznej logiki modalnej S5, w szczególności: jeśli A jest zmienną, to $w \in [A]_I$ wtw, gdy $I(A)(w) = 1$. Zaznaczmy, że relatywizacja prawdziwości do p -światów jest potrzebna do określania prawdziwości formuł z iterowanymi operatorami. Formuła jest prawem, jeśli jest prawdziwa dla dowolnego zbioru W i dowolnej interpretacji I .

Na mocy warunku (II) możliwe są sytuacje, że formuły αA , $\alpha \neg A$ są jednocześnie fałszywe albo jednocześnie prawdziwe, co odpowiada sytuacji, że n -świat jest odpowiednio niezupełny lub sprzeczny. Z faktu, że formuła

$$(III) \quad \alpha(A \supset B) \supset (\alpha A \supset \alpha B)$$

nie jest prawem, wynika, że n -światy nie muszą być dedukcyjnie domknięte (w sensie wyrażanym przez tę formułę).

Warto zauważyć, że na mocy (II) klasyczne operatory modalne posiadają swój zwykły sens. Przy tym formuły $\Box A$, $\Diamond A$ mogą być czytane alternatywnie w stosunku do tradycyjnego sposobu, odpowiednio: w n -świecie koniecznościowym jest tak, że A , w n -świecie możliwościowym jest tak, że A .

¹⁴ W przypadku semantyki algebraicznej wartościowanie jest określone na atomach kraty de Morgana.

IV

Logika n -światów (N -logika) oparta jest na następującym systemie aksjomatów i reguł.

N1 Tautologie rachunku zdań

N2 $\Box (A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$

N3 $\Box A \supset A$

N4 $\neg \Box \neg \Box A \supset \Box \Box A$

N5 $\Diamond \neg A \supset \neg \Box A$

MP jeśli $\vdash_N A \supset B$ oraz $\vdash_N A$, to $\vdash_N B$

NG jeśli $\vdash_N A$, to $\vdash_N \Box A$

W tej wersji N -logika dopuszcza światy pełny i pusty (α przebiega także te dwa światy). Jeśli chcemy odrzucić te dwa światy – a istnieją racjonalne powody, aby to uczynić – to należy wzmocnić NG:

NG jeśli $\vdash_N A$ to $\vdash_N \Box A$ oraz $\vdash_N \neg \Box \neg A$

Otrzymujemy w ten sposób logikę znacznie zgrabniejszą od strony dedukcyjnej i tylko minimalnie uboższą od strony ontologicznej. Odtąd mówiąc o N -logice, będziemy mieli na uwadze jej silniejszą wersję. W szczególności twierdzeniami tej N -logiki są następujące formuły:

N6 $\Box A \supset \Box \Box A$

N7 $\Diamond A \equiv \neg \Box \neg A$; $\Box A \equiv \neg \Diamond \neg A$

N8 $A \supset \Diamond A$

N9 $\Box A \supset \Diamond A$

N10 $\Box A \supset \Box B \equiv \Box (\Box A \supset B) \equiv \neg \Box \neg (\Box A \supset B)$

N11 $\Box \Box A \equiv \Box A$

Ostatnia teza o redukowalności iteracji operatorów do operatora bezpośrednio poprzedzającego formułę stanowi uogólnienie tezy o iteracji w S5. Zresztą, jak warto zauważyć, N -logika także w swojej słabszej wersji zawiera S5. Świadczy to o tym, że n -światy, nawet te sprzeczne, niezupełne i niedomknięte dedukcyjnie, nie naruszają klasycznej logiki modalnej (S5)!

N -logika w swojej obecnej postaci nie gwarantuje istnienia konkretnych n -światów z wyjątkiem świata koniecznościowego i możliwościowego. Można ją jednak wzbogacić dodatkowo o aksjomaty definicyjne pozwalające wprowadzać nowe operatory (nowe n -światy):

$$\text{DN1 } \bar{\alpha}A \equiv \neg\alpha\neg A$$

$$\text{DN2 } (\alpha\oplus\beta)A \equiv \alpha A \vee \beta A$$

$$\text{DN3 } (\alpha\otimes\beta)A \equiv \alpha A \wedge \beta A$$

Aksjomaty te wyrażają domkniętość ontologii n -światów na operacje kraty de Morgana. Zauważmy, że te aksjomaty pozwalają w szczególności ominąć operator możliwościowy w aksjomatyce N -logiki i uprościć regułę NG¹⁵.

V

Idea interpretowania operatorów modalnych jako zbiorów światów możliwych nie jest nowa¹⁶. Szczególnie istotne jest, że to formalne ujęcie jest pokrewne koncepcji kwantyfikatorów uogólnionych. Kwantyfikatory uogólnione są również zbiorami zbiorów, tyle że nadbudowane nad ustaloną dziedziną indywiduów, a nie światów możliwych, ale ten fakt nie ma istotnego znaczenia z formalnego punktu widzenia.

Istotą klasycznej semantyki światów możliwych jest interpretowanie operatorów $\Box$, $\Diamond$ jako kwantyfikatorów, odpowiednio uniwersalnego i egzystencjalnego po światach możliwych. Jest zatem naturalnym uogólnieniem próba interpretowania innych operatorów jako pewnych kwantyfikatorów (uogólnionych). Tym samym struktura n -światów może być badana pod kątem struktury kwantyfikatorowej. I rzeczywiście, prezentowana N -logika odpowiada pewnej prostej logice kwantyfikatorów uogólnionych¹⁷.

Zauważmy przede wszystkim, że na mocy N6 i N9 N -logika dotyczy operatorów (n -światów) zawartych między $\Box$ a $\Diamond$ (między n -światem koniecznościowym i możliwościowym):

¹⁵ Dokładniejszy opis N -logiki znajduje się w: J. Paśniczek, „Beyond Consistent and Possible Worlds”, „Logique & Analyse” 161–162–163 (1998), 121–134 a także w: J. Paśniczek, *The Logic of Intentional Objects. A Meinongian Version of Classical Logic*. „Synthese Library vol. 269”, Kluwer Dordrecht–Boston–London 1998, s. 212, rozdział 4.3.

¹⁶ Pochodzi ona od R. Montague, por. R. Montague, *Formal Philosophy*, Yale University Press 1974, a został rozwinięty przez D. Gallina, *Intensional and Higher-Order Modal Logic*, North-Holland/American Elsevier 1975. W czasach bardziej współczesnych ta idea odżyła w koncepcji tzw. „cluster models” dla logik epistemicznych, por. R. Fagin, J. Halpern, „Belief, Awareness, and Limited Reasoning”, „Artificial Intelligence” 34, 1988.

¹⁷ Por. J. Paśniczek, „Non-standard Possible Worlds, Generalised Quantifiers and Modal Logic”, w: J. Woleński (red.), *Philosophical Logic in Poland*, Kluwer 1994. Semantyka dla prostej logiki kwantyfikatorów uogólnionych odpowiadającej prezentowanej semantyce dla N -logiki przedstawia się następująco. Niech D będzie niepustą dziedziną, I funkcją interpretacji. Jeśli Q jest symbolem kwantyfikatorowym, to $I(Q) \subseteq P(D)$, a w szczególności $I(\forall) = \{W\}$, $I(\exists) = P(D) - \{\emptyset\}$. Warunek prawdziwości dla formuły kwantyfikacyjnej brzmi następująco: Formuła $Qx A$ jest prawdziwa ze względu na D i I wtw, gdy istnieje $X \in I(Q)$ taka, że $X \subseteq \{d \in D : A \text{ jest prawdziwa, jeśli } d \text{ jest przypisane } x\text{-owi}\}$.

$$\Box A \supset \alpha A \supset \Diamond A,$$

Cechy formalne tych operatorów (n -światów) są wspólne dla $\Box$ i $\Diamond$. W szczególności, wszystkie operatory są monotoniczne, co wyraża N2, oraz:

$$(IV) \quad \text{jeśli } \vdash_N A \supset B, \text{ to } \vdash_N \alpha A \supset \alpha B$$

Powyższe własności ograniczają ogólność N -logiki jako logiki operatorów „uogólnionych”. Niespełnione są oczekiwania, jakie posiadamy na przykład w stosunku do operatorów epistemicznych, związane z paradoksami wszechwiedzy. Wprawdzie paradoks ten jest zablokowany w formie (III), ale już nie w formie (IV) lub w formie:

$$\text{jeśli } \vdash_N A, \text{ to } \vdash_N \alpha A$$

Jak zaznaczyliśmy wcześniej, n -światy mogą być sprzeczne. Jednakże ten fakt tylko częściowo wychodzi naprzeciw ideologii parakonsystencji¹⁸. Wprawdzie nie jest jej prawem $\neg(\alpha A \wedge \alpha \neg A)$, ale jest prawem $\neg\alpha(A \wedge \neg A)$.

Natomiast należy podkreślić, że struktura kwantyfikatorowa n -światów koduje istotne formalne i ontologiczne ich cechy, co może być wyrażone w samej N -logice. Otóż można zauważyć, co następuje:

n -świat α jest niesprzeczny wtw $\cap I(\alpha) \neq \emptyset$

n -świat α jest deukcyjnie domknięty w sensie (III) wtw $\cap I(\alpha) \neq \emptyset$
i $\cap I(\alpha) \in I(\alpha)$

n -świat α jest zupełny wtw istnieje $w \in W$ taki, że $\{w\} \in I(\alpha)$

Zaznaczmy, że powyższe pojęcia są absolutne w tym sensie, że niezależne od języka, jaki można odnosić do opisu n -światów. Co więcej, mogą one być wywiedzione z jednej relacji określonej na n -światach:

$$\alpha \blacktriangleright \beta \text{ wtw } \exists_{X \in I(\alpha)} \forall_{w \in X} \forall_{Y \in I(\alpha)} \exists_{v \in Y} (w = v)$$

Wprowadzając $\blacktriangleright$ do języka przedmiotowego, otrzymujemy następujące prawa:

$$\alpha \blacktriangleright \beta \supset (\beta A \supset \alpha A)$$

$$\Diamond \blacktriangleright \alpha \supset (\alpha \neg A \supset \neg \alpha A)$$

$$\Diamond \blacktriangleright \bar{\alpha} \supset (\neg \alpha A \supset \alpha \neg A)$$

$$\alpha \blacktriangleright \bar{\alpha} \supset (\alpha(A \supset B) \supset (\alpha A \supset \alpha B))$$

¹⁸ Spełniona jest tylko słabsza, tzw. dysjunktywna wersja tej ideologii.

Jeśli $\alpha \triangleright \beta$, to „zawartość” n -świata α jest bogatsza niż n -świata β . $\Diamond \triangleright \alpha$ znaczy, że n -świat α jest niesprzeczny, $\Diamond \triangleright \bar{\alpha}$ znaczy, że jest zupełny; jeśli oba te warunki zachodzą, to n -świat α jest p -światem. Jeśli $\alpha \triangleright \bar{\alpha}$, to n -świat jest dedukcyjnie domknięty.

Oczywiście, relacja $\triangleright$ nie ma nic wspólnego z wprowadzaną zazwyczaj relacją dostępności na światach możliwych. Jej zachodzenie zależy wyłącznie od struktury wewnętrznej n -światów. Niemniej relację dostępności możemy wprowadzać dodatkowo na p -światach i możemy badać logiki, które taka relacja generuje w obrębie n -światów. Wspomnijmy tylko, że narzucenie warunku zwrotności i przechodniości na relację dostępności daje odpowiednik logiki S4 z prawem: $\alpha \Box A \equiv \alpha A$.

Przedstawiliśmy tutaj formalne ujęcie pewnego pojęcia światów stanowiące rozszerzenie klasycznego pojęcia światów możliwych. Światy niestandardowe tym odróżniają się od innych światów niemożliwych (nienormalnych), że są ustrukturalizowane wewnętrznie i to można uznać za element podejścia ontologicznego. W klasycznej semantyce światomożliwościowej mamy do czynienia jedynie z prostą przestrzenią, na którą składają się światy możliwe i relacja dostępności. Jak podkreślaliśmy, warunki prawdziwości są te same dla światów niestandardowych i światów możliwych (te drugie traktowane jako poddziedzina tych pierwszych). Przyjmowana na ogół strategia budowy semantyk odwołujących się do światów niemożliwych (nienormalnych) ma tylko częściowo charakter rekurencyjny, co wiąże się z odmiennymi warunkami prawdziwości. I ten fakt także pozytywnie wyróżnia semantykę niestandardowych światów z jej w pełni rekurencyjnymi warunkami prawdziwości.

Possible Worlds and Other Worlds

Key Words: *possible worlds, semantics, meaning, modality*

Most often possible and impossible worlds are understood merely as points in some modal space. What makes worlds impossible is a non-classical semantics imposed on the space. Only so called non-standard possible worlds have an internal content and structure which encodes formal properties of the worlds, such as (in)consistency, (in)completeness, and deductive closure. The logic of non-standard possible worlds is developed in the paper and its philosophical applications are discussed.