

Anna Wójtowicz

Związki między przedmiotami, sytuacjami a światami możliwymi

Słowa kluczowe: świat możliwy, sytuacja, ontologia sytuacji

I. Kłopoty z pojęciami modalnymi

Używanie pojęć modalnych takich jak „jest konieczne”, „jest możliwe” wiąże się z pewnym problemem. Pojęcia te bowiem nie mają jednego, ustalonego znaczenia. Co więcej – istnieje wiele różniących się od siebie istotnie sposobów ich interpretacji i nie bardzo wiadomo który – i dlaczego – należałoby wybrać¹. Mówiąc „jest konieczne” czy „jest możliwe”, narażamy się więc albo na wieloznaczność, albo stajemy przed koniecznością obrony takiego, a nie innego sposobu ich rozumienia.

Można próbować kierować się przy tym wyborze zdroworozsądkową intuicją. Nie jest ona jednak zbyt głęboka. Wprawdzie nakazuje nam uznanie, że

(1) *jeśli α jest konieczne, to α jest również możliwe (ale nie odwrotnie),*

albo, że

(2) *jeśli α z koniecznością pociąga β , to gdyby α było konieczne, to konieczne byłoby również β ,*

¹ Ktoś mógłby powiedzieć, że podobnie jest w przypadku innych stałych logicznych – nawet takich jak zwykle spójniki koniunkcji, alternatywy bądź negacji – ponieważ istnieją różne logiki (intuicjonistyczna, parakonsystentna, wielowartościowa), które za pomocą aksjomatów w różny sposób charakteryzują ich znaczenie. Trzeba się jednak zgodzić, że logika klasyczna ma wśród nich wyróżniony status – taki, jakiego nie ma żaden z konkurujących ze sobą systemów modalnych.

to nie wystarcza, aby np. rozstrzygnąć, czy pojęcia możliwości i konieczności mają tę własność, że

- (3) konieczne, że konieczne, że możliwe, że zajdzie α jest równoważne temu, że konieczne, że możliwe, że zajdzie α

(tak, jak jest to w logice modalnej S4), czy też nie.

O ile więc jesteśmy skłonni przyznać, że pojęcia modalne zachowują się tak, jak opisują to tzw. systemy normalne (czyli spełniają warunek (2)), to wybór między poszczególnymi takimi systemami pozostaje trudny.

Jeżeli jednak chcemy używać pojęć modalnych – a mało jest dziedzin filozofii, w których można się bez nich obejść – to z tym problemem niejednoznaczności znaczenia trzeba sobie jakoś radzić. Można mieć oczywiście nadzieję, że subtelności typu (3) nie są dla naszego dyskursu istotne, ale jest to *de facto* przyznanie, że sam dyskurs jest mało subtelny...

II. Jak walczyć z niejednoznacznością pojęć modalnych

Moim zdaniem istnieją przynajmniej trzy różne sposoby walki z niejednoznacznością pojęć modalnych. Choć i one nie zawsze dają ścisłą odpowiedź na pytanie, jak pojęcia te należy rozumieć, to przynajmniej pokazują, gdzie takiej odpowiedzi można szukać. Roboczo sposoby te nazwijmy: formalnologicznym, epistemicznym i ontologicznym

Pierwszy z nich polega na analizie formalnych własności logiki, która charakteryzuje funktory modalne. Możemy mianowicie żądać, aby logika taka miała cechy, które skłonni byłibyśmy uznać za pożądane dla systemu formalizującego wnioskowania przeprowadzane w języku naturalnym. Innymi słowy, pojęcia modalne muszą być rozumiane tak, aby w zawierającym je języku wygodnie dało się przeprowadzać wnioskowania. Oczywiście pojęcie „wygody” ma charakter pragmatyczny i nieostry. Można np. postulować, aby wnioskowania były skończone (aby logika miała własność zwartości), aby między pojęciem wynikania a prawdziwością implikacji był ścisły związek (żeby w logice obowiązywało twierdzenie o dedukcji), aby wynikanie jednej formuły z drugiej było związane z treścią tych formuł (aby logika miała własność interpolacji)² i było ich własnością strukturalną (innymi słowy, aby logika miała własność Hallden-zupełności)³. W tym sensie

² Logika L ma własność interpolacji zawsze i tylko wtedy, gdy dla dowolnej implikacji „ $\alpha \rightarrow \beta$ ”, będącej tezą tej logiki, istnieje formuła γ , zawierająca jako jedyne wyrażenia pozalogiczne te, które występują jednocześnie w α i β , i mająca tę własność, że implikacje „ $\alpha \rightarrow \gamma$ ” i „ $\gamma \rightarrow \beta$ ” są tezami logiki L.

³ Logika L ma własność Hallden-zupełności zawsze i tylko wtedy, gdy dla dowolnej alternatywy „ $\alpha \vee \beta$ ”, będącej tezą tej logiki, i takiej, że ani α , ani β nie są tezami logiki L, formuły α i β mają wspólne symbole pozalogiczne.

logika S4 lub S5, a więc i jej sposób rozumienia pojęć modalnych, jest lepsza niż logika S3 (na ten temat por. np. [Wójtowicz 1995]). Ciągłe jednak – jeśli nie dokonamy jakichś arbitralnych rozstrzygnięć dotyczących pojęcia wyгоды przy prowadzeniu wnioskowania – nie mamy jasności, na czym miałyby polegać np. wyższość logiki S5 nad S4.

Drugi sposób walki z niejednoznacznością funktorów modalnych sprowadza się do próby ustalenia, jakie własności ma tzw. relacja dostępności (wyobrażalności, bycia możliwym z punktu widzenia) określona między światami możliwymi. Posługując się bowiem semantyką Kripkego dla logik modalnych, zwrot:

(4) *jest konieczne (w danym świecie w), że α*

interpretujemy jako:

(5) *w każdym świecie dostępnym ze świata w jest tak, że α .*

Okazuje się, że rozstrzygnięcie problemu, czy:

(6) *jeśli z pewnego świata w_1 potrafimy sobie wyobrazić jako możliwy świat w_2 , a ze świata w_2 – świat w_3 , to z punktu widzenia świata w_1 świat w_3 też jest wyobrażalny;*

albo:

(7) *jeśli z punktu widzenia świata w_1 świat w_2 jest możliwy, to jest też odwrotnie, tzn. z punktu widzenia świata w_2 możliwy jest świat w_1 ;*

wpływa w sposób istotny na to, jak rozumiemy pojęcia modalne.

Ustalenie, czy relacja dostępności między światami musi być przechodnia, symetryczna, a może euklidesowa⁴, jest łatwiejsze, gdy np. traktujemy światy możliwe jako kolejne, następujące w czasie przekroje naszego świata lub jego możliwe (rozgałęziające się) historie, łącząc jakoś relacje dostępności między światami z relacją ich zdefiniowanego w pewien sposób podobieństwa (por. np. [Bigaj], [Lewis]). Jeśli jednak nasz dyskurs tego nie dotyczy, zdani jesteśmy na mniej lub bardziej arbitralne rozstrzygnięcia, oparte na intuicjach epistemicznych.

⁴ Relacja $R \subseteq A \times A$ jest euklidesowa zawsze i tylko wtedy, gdy $\forall x, y, z \in A [(R(x, y) \wedge R(x, z)) \rightarrow R(y, z)]$.

Trzeci sposób polega na analizie innych pojęć występujących w dyskursie, ściśle z pojęciami modalnymi związanych. Np. referując poglądy danego filozofa, staramy się różnymi drogami ustalić sposoby rozumienia przez niego pewnych terminów i na tej podstawie odtworzyć, jakie znaczenie przypisuje on konieczności i możliwości. Dobrym przykładem jest tu analiza pojęcia formy logicznej i przypadkowości w *Traktacie* L. Wittgensteina. Jeśli np. uznamy, że konsekwencją zawartego tam systemu jest to, że:

(8) *nie jest przypadkowe, że coś jest przypadkowe*

i zgodzimy się, że przypadkowość α (symbolicznie: $C\alpha$) definiujemy w następujący sposób:

$$(9) \quad C\alpha \leftrightarrow (\Diamond\alpha \wedge \Diamond\sim\alpha),$$

to okazuje się (na ten temat por. np. [Perzanowski]), że otrzymujemy system modalny S5.

Właśnie tym ostatnim sposobem ustalania znaczenia pojęć modalnych posłużę się w niniejszej pracy. Założę mianowicie, że światy możliwe są pewnego rodzaju sytuacjami, a więc są opisywane przez ontologię sytuacji. Następnie przeanalizuję, jak określone rozstrzygnięcia przyjmowane na gruncie tej teorii pozwalają ujednoznaczyć rozumienie wyrażen „jest konieczne” i „jest możliwe”. Problem ograniczę przy tym do rozstrzygnięcia, czy należy je rozumieć tak, jak wskazuje system modalny S5 czy może jakoś słabiej – np. tak, jak S4. Logiki te bowiem w równym stopniu spełniają nasze formalnologiczne kryteria – w obu obowiązuje ograniczone do pewnej klasy formuł twierdzenie o dedukcji, są to logiki pełne, mające własność interpolacji i Hallden-zupełności⁵.

⁵ Ciekawe skądinąd jest to, że mimo że niektóre ze wskazanych wyżej sposobów charakterystyki pojęć modalnych – a więc pewne charakterystyki systemów logik modalnych – są z technicznego punktu widzenia równoważne, to jednak na jedne z nich gotowi jesteśmy bez oporu się zgodzić, a inne budzą wątpliwości. Klasycznym przykładem jest tu tzw. formuła Barcan, która może służyć jako jeden z aksjomatów systemu S5. Nawet jeśli gotowi jesteśmy przyjąć różne, określone przez ten system zależności między pojęciami modalnymi, to mimo to przejście od modalności *de re*

$\Diamond\exists x P(x)$

do modalności *de dicto*

$\exists x \Diamond P(x)$

budzi nieufność.

III. Podstawowe pojęcia i założenia ontologii sytuacji

Założmy, że mamy dane trzy typy obiektów: światy możliwe, sytuacje i przedmioty. Zachodzą między nimi różne związki. Przedmioty występują w sytuacjach, występują również w światach możliwych. Z kolei sytuacje w światach możliwych zachodzą bądź nie. Światy możliwe są ze sobą jakoś powiązane – z punktu widzenia jednego świata inny świat jest możliwy bądź nie. Aby ułatwić śledzenie dalszych rozważań, wprowadźmy następujące oznaczenia:

Niech $W = \{w_1, w_2, \dots\}$ będzie zbiorem światów możliwych, $P = \{x_1, x_2, \dots\}$ – zbiorem przedmiotów, $S = \{s_1, s_2, \dots\}$ – zbiorem sytuacji. O zbiorach tych zakładamy, że są niepuste i że zbiór P jest rozłączny z sumą zbiorów W i S (tzn. żaden przedmiot nie jest światem możliwym ani sytuacją).

Niech *Wyst* oznacza relację zachodzącą między przedmiotami a sytuacjami lub światami możliwymi (tzn. $Wyst \subseteq P \times W \cup S$). Formułę „ $Wyst(x, s)$ ” czytamy: przedmiot x występuje w sytuacji s , a formułę $Wyst(x, w)$ – przedmiot x występuje w świecie w .

Ontologia sytuacji jest teorią dotyczącą przede wszystkim zbioru S . Charakteryzują ją następujące założenia:

- (A) sytuacje są ontologicznie pierwotne względem przedmiotów;
- (B) istnieją więcej niż dwie sytuacje;
- (C) zbiór sytuacji ma określoną strukturę.

Powyższe założenia można na różne sposoby precyzować. Na potrzeby niniejszego artykułu zrobimy to w następujący sposób:

ad A) Przyjęcie założenia, że pojęcie sytuacji jest pojęciem pierwotnym, oznacza w szczególności, że nie definiujemy identyczności sytuacji w kategoriach identyczności ich składników (przedmiotów i własności), ale odwrotnie – to identyczność przedmiotów będzie wyrażalna za pomocą sytuacji, w których przedmioty te występują:

$$(10) \quad \forall x, y \{x = y \leftrightarrow \forall s [Wyst(x, s) \leftrightarrow Wyst(y, s)]\}.$$

ad B) Przyjmujemy $\text{card}(S) > 2$. Istotnie wiąże się to z założeniem poprzednim: ze względu na kryterium identyczności przedmiotów sytuacji musi być na tyle dużo, aby pozwalały one zróżnicować odpowiednią ilość przedmiotów⁶.

⁶ Ze względu na niesprzeczność ontologii sytuacji, sytuacji (które najczęściej utożsamia się wprost z korelatami zdań określonego języka) musi być przynajmniej tyle, ile wartości logicznych zdań (zдания o różnych wartościach logicznych mają bowiem różne korelaty). Aby jednak teoria ta była ciekawa, sytuacji musi być odpowiednio dużo. Zwykle nie nakłada się żadnego górnego ograniczenia na zbiór S .

ad C) Założenie o istnieniu ustalonej struktury w zbiorze S mówi, po pierwsze, że na zbiorze sytuacji jest określony predykat identyczności a po drugie, że między sytuacjami zachodzą pewne relacje. Wiemy więc, że dla dowolnych sytuacji s_1, s_2, s_3 spełnione są następujące warunki:

- (11) $s_1 = s_1$;
 (12) $(s_1 = s_2) \rightarrow (s_2 = s_1)$;
 (13) $[(s_1 = s_2) \wedge (s_2 = s_3)] \rightarrow (s_1 = s_3)$.

Co więcej, jeśli patrzymy na sytuacje jako na korelaty ontologiczne zdań pewnego języka, to naturalne jest założenie, że spójnikom łączącym zdania odpowiadają pewne operacje na sytuacjach. I tak, jeśli w danym języku J mamy spójniki klasyczne $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$, to na zbiorze sytuacji mamy operacje $\neg_o, \wedge_o, \vee_o, \rightarrow_o, \leftrightarrow_o$, których własności pozwalają ustalać identyczności sytuacji złożonych:

- (14) $[(s_1 \wedge_o s_2) \vee_o s_3] = [(s_2 \vee_o s_3) \wedge_o (s_1 \vee_o s_3)]$;
 (15) $[(s_1 \vee_o s_2) \wedge_o s_3] = [(s_2 \wedge_o s_3) \vee_o (s_1 \wedge_o s_3)]$;
 (16) $[s_1 \wedge_o (s_2 \vee_o \neg_o s_2)] = s_1$;
 (17) $[s_1 \vee_o (s_2 \wedge_o \neg_o s_2)] = s_1$;
 (18) $(s_1 \rightarrow_o s_2) = (\neg_o s_1 \vee_o s_2)$;
 (19) $(s_1 \leftrightarrow_o s_2) = (s_1 \rightarrow_o s_2) \wedge_o (s_2 \rightarrow_o s_1)$.

Innymi słowy, zakładamy, że algebra sytuacji (tzn. struktura $\langle S, \neg_o, \wedge_o, \vee_o, \rightarrow_o, \leftrightarrow_o \rangle$) jest algebrą Boole'a.

W takiej algebrze możemy zdefiniować tzw. stałe boolowskie: **1** i **0**:

DEFINICJA 1

Stałymi boolowskimi w zbiorze sytuacji S będziemy nazywać następujące sytuacje złożone

$$\begin{aligned} \mathbf{1} &= (\text{def.}) s \vee_o \neg_o s \\ \mathbf{0} &= (\text{def.}) s \wedge_o \neg_o s. \end{aligned}$$

Poprawność tej definicji łatwo wynika z powyższych warunków nakładanych na operacje w zbiorze sytuacji⁷. Sytuacje **1** i **0** nazywa się czasami *sytuacjami niewłaściwymi*.

⁷ To, że **1** i **0** są wyznaczone jednoznacznie wynika stąd, że dla dowolnych s_1, s_2 mamy

$$(s_1 \vee_o \neg_o s_1) = (s_2 \vee_o \neg_o s_2),$$

$$(s_1 \wedge_o \neg_o s_1) = (s_2 \wedge_o \neg_o s_2).$$

Zauważmy bowiem, że

$$s_3 \wedge_o (s_1 \vee_o \neg_o s_1) = s_3 \wedge_o (s_2 \vee_o \neg_o s_2),$$

a stąd – podstawiając za s_3 : $(s_4 \vee_o \neg_o s_4)$

Możemy również patrzeć na sytuacje jako na fragmenty rzeczywistości (czy światów możliwych) i wtedy naturalne jest określenie na zbiorze sytuacji pewnego porządku $\subseteq$, przy czym formułę „ $s_1 \subseteq s_2$ ” czytamy: sytuacja s_1 jest fragmentem sytuacji s_2 .

Porządek $\subseteq$ definiujemy za pomocą operacji boolowskich na zbiorze sytuacji w następujący sposób:

DEFINICJA 2

$s_1 \subseteq s_2$ zawsze i tylko wtedy, gdy $(s_2 \rightarrow_0 s_1) = 1$.

Takie podejście do charakterystyki struktury zbioru sytuacji pozwala w szczególności rozstrzygnąć, że zbiór ten jest pewną kratą: a dokładniej kratą rozdzieloną, atomistyczną i, o ile zbiór S jest więcej niż dwuelementowy – pluralistyczną (por. [Wolniewicz 1985], s. 83 i nast.) Dla dalszych rozważań istotne jest to, że w takiej kracie mamy określony zbiór *sytuacji maksymalnych* (albo inaczej – ultrafiltrów) ze względu na porządek $\subseteq$ i zbiór *wymiarów atomowych*.

Niech $M \subseteq S$ będzie zbiorem sytuacji maksymalnych. Każda sytuacja z tego zbioru ma następujące własności:

- (20) $\forall s, s' \in M (s \subseteq s' \rightarrow s = s')$;
- (21) $\forall s \in M \forall s_1 (s_1 \subseteq s \vee \sim_0 s_1 \subseteq s)$;
- (22) $\forall s \in M \forall s_1 [\sim(s_1 \subseteq s) \rightarrow s_1 \wedge_0 s = 0]$.

Formuła (20) stwierdza maksymalność (ze względu na porządek $\subseteq$) wszystkich sytuacji ze zbioru M , formuła (21) – że sytuacje maksymalne są zupełne, a formuła (22) – że są maksymalnie niesprzeczne, tzn. nie da się wzbogacić ich o żadną nową sytuację.

W zbiorze sytuacji wyróżnimy również tzw. wymiary atomowe. Intuicyjnie do danego wymiaru atomowego należą takie sytuacje, które są alternatywnymi sposobami realizacji danego fragmentu świata. Formalnie:

DEFINICJA 3

Zbiór sytuacji $A \subseteq S$ będziemy nazywać wymiarem atomowym zawsze i tylko wtedy, gdy:

- i) $\forall s \in A \exists s' \in M s \subseteq s' \wedge \exists s'' \in M \sim (s \subseteq s'')$ (każda sytuacja ze zbioru A jest zawarta w przynajmniej jednej sytuacji maksymalnej, a jednocześnie w przynajmniej jednej zawarta nie jest);

$(s_4 \vee_0 \sim_0 s_4) \wedge_0 (s_1 \vee_0 \sim_0 s_1) =_s (s_4 \vee_0 \sim_0 s_4) \wedge_0 (s_2 \vee_0 \sim_0 s_2)$,
otrzymujemy

$(s_1 \vee_0 \sim_0 s_1) =_s (s_2 \vee_0 \sim_0 s_2)$.

Analogiczne rozumowanie przeprowadzamy, aby pokazać, że

$(s_1 \wedge_0 \sim_0 s_1) =_s (s_2 \wedge_0 \sim_0 s_2)$.

- ii) $\forall s_1, s_2 \in A \sim \exists s \in M (s_1 \subseteq s \wedge s_2 \subseteq s)$ (żadne dwie sytuacje ze zbioru A nie są jednocześnie zawarte w żadnej sytuacji maksymalnej);
- iii) Zbiór A nie jest iloczynem żadnych zbiorów, które spełniają jednocześnie warunki (1) i (2) (zbiór A jest elementem minimalnym porządku intuicyjnie rozumianej złożoności)⁸.

Innymi słowy, sytuacje należące do zbioru będącego wymiarem atomowym są wykluczającymi się i jednocześnie dopełniającymi możliwościami tego, jak będzie wyglądał pewien najprostszy kawałek świata. Można to sobie wyobrażać np. tak, że dany wymiar pokazuje, w jakim „kolorze” będzie określony przedmiot – ponieważ potencjalnie przedmiot może mieć dowolny (ale określony) kolor z gamy – więc spełniony jest warunek (i), a ponieważ nie może mieć jednocześnie dwóch różnych kolorów – spełniony jest warunek (ii). Jeśli z kolei kolor jest własnością niedającą się przedstawić jako kombinacja innych własności – spełniony będzie warunek (iii). Zauważmy od razu, że z warunku (i) wynika, że w każdym wymiarze są przynajmniej dwie sytuacje.

Intuicyjnie wymiarów atomowych jest tyle, ile różnych aspektów, ze względu na które widzimy świat, a każdy wymiar atomowy ma tyle elementów, ile możliwych realizacji danego aspektu. Wolniewicz w [Wolniewicz 1985, s. 91] opisuje dwie wersje ontologii sytuacji, spełniające aksjomat logicznego atomizmu: taką, w której liczba wymiarów atomowych jest skończona, ale ilość sytuacji w każdym wymiarze jest nieograniczona, i taką (odpowiadającą ontologii zawartej w *Traktacie* Wittgensteina), w której ilość wymiarów atomowych jest dowolna, ale każdy wymiar jest dwuelementowy. Z punktu widzenia problemu analizowanego w niniejszym artykule wybór którejś z tych wersji nie jest istotny.

Mając zbiór wszystkich wymiarów atomowych (oznaczymy go przez AW), możemy wyznaczyć zbiór potencjalnych sytuacji atomowych SA^9 . Zbiór SA utożsamimy z sumą wszystkich wymiarów atomowych:

$$SA = \cup \{A\}_{A \in AW}.$$

⁸ Zamiast żmudnej definicji tej własności posłużmy się prostym przykładem. Niech dane będą dwie sytuacje właściwe s i s' . Zbiory sytuacji:

$$A = \{s, \sim s\},$$

$$A' = \{s', \sim s'\},$$

spełniają w sposób oczywisty dwa pierwsze warunki definicji wymiaru atomowego. Weźmy teraz zbiór AxA' zdefiniowany następująco:

$$AxA' = \{s \wedge s', \sim s \wedge s', s \wedge \sim s', \sim s \wedge \sim s'\}.$$

Chociaż również spełnia on dwa pierwsze warunki definicji wymiaru atomowego, to nie spełnia warunku trzeciego – daje się bowiem przedstawić jako iloczyn innych zbiorów sytuacji o tych własnościach.

⁹ Podzbiorem tego zbioru jest zbiór sytuacji atomowych w ścisłym sensie – tzn. takich, które są od siebie wzajemnie niezależne i w sposób jednoznaczny wyznaczają pozostałe sytuacje (nieatomowe). Sposób konstrukcji takiego zbioru (który zresztą nie zawsze jest wyznaczony jednoznacznie) można znaleźć np. w [Wójtowicz 2001].

Sytuacje należące do zbioru SA będą miały następującą własność:

- (23) $\forall s_1, s_2 \in SA [\sim(s_2 \subseteq s_1) \wedge \sim(s_1 \subseteq s_2)]$ (tzn. sytuacje atomowe są atomami kraty sytuacji);
 (24) $\forall s_1, s_2 \{ \forall s \in SA (s \subseteq s_1 \leftrightarrow s \subseteq s_2) \rightarrow s_1 = s_2 \}$ (tzn. sytuacje atomowe zawarte w danej sytuacji wyznaczają ją jednoznacznie).

Aby dopełnić obraz ontologii sytuacji, należy ustalić, jakie własności ma relacja występowania łącząca sytuacje i przedmioty.

Za Wolniewiczem (por. [Wolniewicz 2003]) proponuję przyjąć następujące naturalne założenie:

- (25) $\forall s_1 \in SA \forall s_2 \forall x [(Wyst(x, s_1) \wedge s_1 \subseteq s_2) \rightarrow Wyst(x, s_2)]$ (tzn. jeśli jakiś przedmiot występuje w sytuacji zawartej w sytuacji s , to występuje również w sytuacji s).

Wolniewicz nazywa je aksjomatem stwierdzającym monotoniczność własności występowania względem relacji porządku na sytuacjach¹⁰.

IV. Światy możliwe jako sytuacje maksymalne

Zastanówmy się teraz, jak przyjęcie założenia, że światy możliwe są identyczne z sytuacjami maksymalnymi, ułatwia wybór między systemami modalnymi S4 i S5. Przypomnijmy, że zasadnicza różnica między tymi systemami polega na tym, że w S5 więcej kombinacji funktorów modalnych redukuje się do siebie – w szczególności tezą S5 jest formuła

$$(26) \quad \Diamond \Box \alpha \leftrightarrow \Box \alpha ,$$

która nie jest tezą S4.

Co więcej, system S5 wymusza na światach możliwych (należących do semantyki Kripkego dla logik modalnych) to, że wszystkie one mają takie samo uniwersum – co związane jest m.in. z formułą Barcan:

$$(27) \quad \forall w_1, w_2 \forall x [Wyst(x, w_1) \leftrightarrow Wyst(x, w_2)].$$

¹⁰ Od formuły podanej przez Wolniewicza (25) różni się tym, że ogranicza przebieg zmiennej sytuacyjnej s_1 do zbioru SA. Brak tego ograniczenia – wobec tez:

$$\forall s, s' s \vee_{\circ} \sim_{\circ} s \subseteq s' \\ \forall x \exists s Wyst(x, s)$$

prowadzi do konsekwencji, że w każdej sytuacji (a stąd i w każdym możliwym świecie) występują wszystkie przedmioty (por. niżej). Choć taki wniosek sam z siebie może być pożądanym, to nie powinno się go przesądzać na poziomie charakterystyki relacji *Wyst*.

Pomysł, aby traktować światy możliwe jako pewnego rodzaju sytuacje, nie jest nowy. U jego podstaw leżą motywacje dwojakiego rodzaju.

Pierwsza ma charakter ontologiczny. Skoro sytuacje są fragmentami świata i jedna sytuacja może być częścią drugiej, to naturalne jest utożsamienie światów możliwych z sytuacjami maksymalnymi, czyli takimi, których nie da się już (nie-sprzecznie) rozszerzyć. To, że pewna sytuacja zachodzi w danym świecie, sprowadza się wtedy do stwierdzenia, że jest fragmentem (jest zawarta) w odpowiedniej sytuacji maksymalnej. Najbardziej znanym zwolennikiem takiego stanowiska jest Kit Fine (por. np. [Fine], a także [Zalta]).

Druga motywacja ma charakter semantyczny. Sytuacje są tu traktowane jako korelaty ontologiczne zdań. Dzięki temu niektóre własności sytuacji możemy analizować z punktu widzenia zdań, którym są one przyporządkowane. I tak sytuacjom atomowym odpowiadają zdania atomowe, a sytuacjom maksymalnym – teorie zupełne. Jeśli teraz będziemy – jak to np. robi Wolniewicz – utożsamiać światy możliwe z obrazami teorii zupełnych danego języka (por. [Wolniewicz 1999]), to tak rozumiane światy możliwe są po prostu naszymi sytuacjami maksymalnymi¹¹.

Niezależnie od tego, która motywacja jest nam bliższa, w dalszym ciągu jawnie przyjmijmy następujące założenie:

$$(28) \quad M = W,$$

a więc

$$(29) \quad W \subseteq S.$$

Konsekwencją tego założenia i założeń dotyczących struktury zbioru sytuacji i relacji między sytuacjami i przedmiotami są następujące tezy:

Jeśli światy możliwe mają się czymś różnić, to musi istnieć sytuacja atomowa, która w jednym z nich zachodzi a w drugim nie:

$$(30) \quad \forall w_1, w_2 \exists s \in SA [s \subseteq w_1 \wedge \sim (s \subseteq w_2)]^{12}.$$

Jeśli dwie sytuacje atomowe mają się czymś różnić, to tym, że jedna z nich w pewnym świecie zachodzi, a druga – nie:

$$(31) \quad \forall s_1, s_2 \in SA \{s_1 \neq s_2 \rightarrow \exists w [s_1 \subseteq w \wedge \sim (s_2 \subseteq w)]\}.$$

¹¹ Zauważmy jednak w tym miejscu, że pełna analogia wymagałaby, aby światy możliwe były obrazami nie tyle zbiorów zdań, co pojedynczych zdań. Nie zawsze jednak teoria zupełna musi być skończenie aksjomatyzowalna. Na temat problemu tzw. zdań światowych por. [Menzel].

¹² Innymi słowy, dwa filtry maksymalne różnią się od siebie zawsze i tylko wtedy, gdy należą do nich różne zbiory sytuacji atomowych (na ten temat por. też [Suszek 1998], s. 204–207).

Przedmiot występuje w danym świecie zawsze i tylko wtedy, gdy występuje w pewnej zawartej w nim sytuacji atomowej:

$$(32) \quad \forall w \forall x [(Wyst(x, w) \leftrightarrow \exists s_1 \in SA (s_1 \subseteq w \wedge Wyst(x, s_1))].$$

Jak powyższe ustalenia pomogą nam dokonać wyboru między różnymi (charakterystycznymi dla systemów S4 i S5) sposobami rozumienia pojęć konieczności i możliwości? Okazuje się, że ontologia sytuacji ułatwia nam zadanie, ustalając kryteria identyczności sytuacji i rozstrzygając problemy związane z zawartością przedmiotową wymiarów atomowych.

Zauważmy, że w przedstawianej teorii pojęcia modalne – w zastosowaniu do sytuacji – łatwo zdefiniować. Uznamy, że sytuacja jest konieczna, gdy jest zawarta w każdej sytuacji maksymalnej, a jest możliwa – gdy jest zawarta przynajmniej w jednej sytuacji maksymalnej. Korzystając z definicji stałych **1** i **0**, otrzymamy w związku z tym następującą eksplikację:

$$(33) \quad \Box s \leftrightarrow s = \mathbf{1};$$

$$(34) \quad \Diamond s \leftrightarrow \neg(s = \mathbf{0}).$$

Jak pokazał Suszko w [Suszko, Żandarowska]), jeśli spełnione są warunki (11)–(19) nakładane na identyczność między sytuacjami i dodatkowo założenie, że relacja $\subseteq$ jest antysymetryczna:

$$(35) \quad (s_1 \subseteq s_2 \wedge s_2 \subseteq s_1) \rightarrow s_1 = s_2,$$

to w efekcie otrzymamy taką charakterystykę $\Box$ i $\Diamond$ jak w systemie S4.

Jeśli natomiast dodatkowo przyjmiemy analogiczną do tezy Wittgensteina

[...] [P]owiedzieć o dwu rzeczach, że są identyczne, to niedorzeczność; a powiedzieć o jednej, że jest identyczna sama z sobą, to nie powiedzieć nic. (5.5303)

tezę dotyczącą sytuacji:

Identyczność sytuacji jest bądź niedorzecznością, bądź oczywistością:

$$(36) \quad \forall s_1, s_2 [(s_1 \otimes s_2) = \mathbf{1} \vee (s_1 \otimes s_2) = \mathbf{0}],$$

gdzie $\otimes$ jest pewną dodatkową operacją na zbiorze sytuacji o tej własności, że

$$(37) \quad \forall s_1, s_2 \forall w [(s_1 \otimes s_2) \subseteq w \leftrightarrow (s_1 = s_2)],$$

to otrzymamy logikę modalną S5.

W tym właśnie sensie założenie, że sytuacje maksymalne są światami możliwymi, i przyjęcie określonej strukturalnej charakterystyki relacji identyczności sytuacyjnej daje rozstrzygnięcie problemu rozumienia pojęć modalnych – przynajmniej na poziomie *de dicto*. Jeśli uznamy tezę (35), to tym samym akceptujemy system S4, a jeśli dodatkowo tezę (36) – system S5.

Jak teraz rozstrzygnąć problem obowiązywania tezy (27)? Wiąże się on ściśle z zajęciem stanowiska w sporze między *aktualizmem* a *possybilizmem*. Dla naszych potrzeb stanowiska te można przedstawić w następujących dwóch wersjach:

Aktualizm słaby głosi, że

$$(38) \quad \forall x \exists w \text{ Wyst}(x, w),$$

a więc, że każdy przedmiot występuje w pewnym świecie.

Aktualizm mocny głosi, że

$$(39) \quad \forall x \forall w \text{ Wyst}(x, w),$$

a więc, że każdy przedmiot występuje w każdym świecie.

Possybilizm mocny głosi, że

$$(40) \quad \exists x \forall w \sim \text{Wyst}(x, w),$$

a więc, że istnieje przedmiot, który nie występuje w żadnym świecie.

Possybilizm słaby głosi, że

$$(41) \quad \exists x \exists w \sim \text{Wyst}(x, w),$$

a więc, że pewien przedmiot nie występuje w przynajmniej jednym świecie.

Teza (27) jest konsekwencją przyjęcia aktualizmu mocnego, ale nie wyklucza się ze stanowiskiem mocnego possybilizmu: można bowiem twierdzić, że we wszystkich światach występują te same przedmioty, przyjmując jednocześnie, że są przedmioty, które nie występują w żadnym świecie.

Po pierwsze, zauważmy jednak, że w świetle tezy (25) kryterium identyczności przedmiotów zadane w tezie (10) można przeformułować następująco:

$$(42) \quad \forall x, y \{x = y \leftrightarrow \forall s \in \text{SA} [\text{Wyst}(x, s) \leftrightarrow \text{Wyst}(y, s)]\}.$$

Wynika stąd, że jeśli jakiś przedmiot nie występuje w żadnym świecie (teza (40)), to – na mocy tezy (32) – nie występuje w żadnej sytuacji atomowej. A więc – ze względu na (42) – taki przedmiot jest dokładnie jeden. W tym

sensie stanowisko possybilizmu mocnego nie jest specjalnie ciekawe. Nawet jeśli jest ono prawdziwe, to wynika z niego istnienie tylko jednego przedmiotu niemożliwego.

Rozważmy teraz tezę possybilizmu słabego (czyli negację tezy (39)). Niech x_0 będzie przedmiotem, którego istnienie stanowisko to postuluje, a w' będzie światem, w którym przedmiot ten nie występuje, tzn.

$$(43) \quad \sim W_{yst}(x_0, w').$$

Równocześnie załóżmy, że x_0 nie jest tym jedynym przedmiotem, który nie występuje w żadnym świecie – stąd pewien świat w_0 będzie miał tę własność, że

$$(44) \quad W_{yst}(x_0, w_0).$$

Wypiszmy teraz konsekwencje tych założeń na gruncie przyjętej przez nas ontologii sytuacji.

Skoro mamy (44), to (ze względu na (32)) istnieje pewna sytuacja atomowa s_0 taka, że

$$(45) \quad (W_{yst}(x_0, s_0) \wedge s_0 \subseteq w_0).$$

Oznacza to – z definicji zbioru SA – że s_0 należy do jakiegoś wymiaru atomowego A_0 . Z punktu (i) definicji wymiaru atomowego i z tezy (21) (i oczywiście z utożsamienia światów możliwych z sytuacjami maksymalnymi) wynika, że dla pewnego $s' \in A_0$

$$(46) \quad s' \subseteq w' \text{ (tzn. w świecie } w' \text{ zawarta jest pewna sytuacja atomowa } s' \text{ należąca do tego samego wymiaru atomowego, co sytuacja } s_0).$$

W wymiarze atomowym A_0 znajdują się więc dwie sytuacje atomowe, z których jedna zawiera przedmiot x_0 , a druga go nie zawiera. Jest to jednak kontrintuicyjne, ponieważ sytuacje z danego wymiaru mają opisywać różne aspekty tego samego fragmentu rzeczywistości.

Można tę trudność próbować wyrazić również następująco. Z punktu (ii) definicji wymiaru atomowego wiemy, że w każdym świecie mamy

$$(47) \quad \sim_0 s_0 \vee_0 \sim_0 s'.$$

Oznacza to, że

$$(48) \quad \Box(\sim_0 s_0 \vee_0 \sim_0 s').$$

Mamy więc pewną sytuację konieczną o postaci sumy, której żaden składnik nie jest sytuacją konieczną i której składniki mają różną zawartość przedmiotową. Jeśli teraz potraktujemy sytuacje atomowe jako korelaty zdań atomowych, to otrzymamy zdanie konieczne w postaci alternatywy zdań atomowych, z których żadne nie jest konieczne i które mają rozłączne symbole pozalogiczne. A to jest sprzeczne z przysługiwaniem danemu językowi własności Hallden-zupełności (por. przypis 3).

Podsumowując – przyjęcie tezy słabego possybilizmu (a, co się z tym wiąże, odrzucenie tezy (27), mówiącej o tym, że w każdym świecie występują te same przedmioty) jest niezgodne z naszymi intuicjami dotyczącymi wymiarów atomowych i (jeśli uznamy ściśle związki między sytuacjami a zdaniami, których są one korelatami) strukturalnych własności wnioskowań przeprowadzanych w języku zawierającym pojęcia konieczności i możliwości. Skłania to do uznania, że to system S5 (a nie słabszy od niego S4) w sposób właściwy charakteryzuje funktory modalne.

V. Problemy związane z systemem S5

Pokazaliśmy, jakie założenia przyjęte na gruncie ontologii sytuacji prowadzą do systemu S5. Pozostaje teraz uporać się z pewnymi ich konsekwencjami, uznawanymi za kontrintuicyjne. Jak się okaże, są one związane z inną niż ta, którą postuluje się w powyższej teorii, koncepcją przedmiotu

Wśród różnych wad takiego sposobu rozumienia funktorów modalnych, jaki proponuje system S5, wskazuje się klasycznie na (I) konsekwencje formuły Barcan i (II) konieczny status wszelkich identyczności. Zastanówmy się, czy stanowią one problem dla zwolennika ontologii sytuacji.

ad (I) Rozważmy zdanie

(49) Możliwe, że Donald Tusk ma brata bliźniaka.

Nie widać zasadniczych powodów, aby wykluczyć ze sfery możliwości taki świat, w którym obecny premier ma brata bliźniaka. Jeśli jednak uznamy formułę Barcan, która dla naszych celów przyjmuje postać:

(50) $\Diamond \exists x (x \text{ jest bratem bliźniakiem D.T.}) \rightarrow \exists x \Diamond (x \text{ jest bratem bliźniakiem D.T.})$,

to oznacza to, że w naszym świecie istnieje ktoś, kto mógłby być bratem bliźniakiem Donalda Tuska – a ta konsekwencja wydaje się być już podejrzana¹³. Zaczynamy bowiem szukać w najbliższym otoczeniu premiera takiej osoby (naj-

¹³ Pomysł przykładu pochodzi z pracy [Linsky, Zalta].

chętniej mężczyzny), która mogłaby być jego bratem bliźniakiem. Ale oczywiście nikogo takiego nie ma... Skłania nas to do odrzucenia formuły (50), a stąd i całego systemu S5.

Zauważmy jednak, że powyższe rozumowanie opiera się na założeniu, że obiekt, który w naszym świecie jest potencjalnym bratem bliźniakiem Tuska, ma pewne cechy istotne, przysługujące mu w każdym możliwym świecie. Powinien być mężczyzną, być w tym samym wieku co Tusk itp. Stąd zacieśniamy nasze poszukiwania do takiej właśnie grupy osób, a skoro nie znajdujemy odpowiedniego kandydata, podważamy ważność formuły (49). Na gruncie ontologii sytuacji nie trzeba jednak zakładać, że przedmioty mają jakieś cechy istotne. Zgodnie z tym, co twierdzi Wittgenstein, przedmioty są *bezbabarwne*, a dwa przedmioty mające tę samą formę logiczną różnią się tylko tym, że są (numerycznie) różne (por. [Wittgenstein], teza 2.0233). Dzięki temu łatwo im odgrywać w świecie różne role. W tym sensie przedstawiona przeciwko tezie (49) argumentacja jest nieskuteczna – to, że w najbliższym otoczeniu premiera nie ma nikogo, kto jest do niego podobny, niczego nie przesądza...

ad (II) Tezami systemu S5 są formuły

$$(51) \quad \forall x \Box \exists y (x=y);$$

$$(52) \quad \forall x, y [x = y \rightarrow \Box (x = y)].$$

Oznacza to, że każdy przedmiot istnieje z konieczności i jeśli jakieś dwa przedmioty są już identyczne, to są z konieczności identyczne – tzn. są takie w każdym możliwym świecie.

W ten sposób teza o istnieniu przedmiotów przypadkowych (takich, które faktycznie nie istnieją, ale mogłyby istnieć) staje się logicznie sprzeczna, a przecież chcielibyśmy móc powiedzieć, że pewien przedmiot jest, ale równie dobrze mogłoby go nie być...

Konsekwentny zwolennik ontologii sytuacji nie będzie jednak widział w powyższych tezach nic niewłaściwego. Wittgenstein wyraził to w następujący sposób:

2.022 Jest oczywiste, że świat pomyślany nawet jak najbardziej różnie od rzeczywistego musi mieć z nim coś wspólnego – mianowicie pewną formę.

2.023 Tę stałą formę stanowią właśnie przedmioty.

To, że pewnego przedmiotu mogłoby nie być, nie należy więc interpretować jako stwierdzenia, że nie występuje on w danym świecie, ale jako tezę, że żaden z przedmiotów tego świata nie egzemplifikuje pewnej kombinacji własności. A to wcale nie przeczy tezie o tożsamości uniwersów wszystkich światów możliwych.

VI. Zakończenie

Przedstawione analizy nie rozstrzygają oczywiście w sposób ostateczny, że pojęć modalnych należy używać dokładnie tak, jak nakazuje system S5. Uzyskane wnioski mają charakter warunkowy: jeśli zaakceptujemy pewną wersję ontologii sytuacji i uznamy, że

- światy możliwe są sytuacjami maksymalnymi ze względu na określony porządek,
- identyczność dwóch sytuacji jest zawsze albo trywialna, albo niedorzeczna,
- w sytuacjach należących do poszczególnych wymiarów atomowych występują te same przedmioty,

to tym samym zgadzamy się na ustalony przez logikę S5 sposób rozumienia wyrażen „jest konieczne” i „jest możliwe”.

Koncepcja ta jest w tym sensie spójna, że – ze względu na dość specyficzne rozumienie pojęcia przedmiotu – pozwala odeprzeć klasyczne zarzuty kierowane pod jej adresem.

Niezależnie od wad czy arbitralności przyjętych w pracy rozstrzygnięć uważam, że lepiej świadomie ich dokonać niż godzić się na notoryczną wieloznaczność pojęć modalnych.

Bibliografia

- Bigaj T., *Non-locality and Possible Worlds. A Counterfactual Perspective on Quantum Entanglement*, Ontos Verlag, Frankfurt 2006.
- Fine K., „First-order modal theories III – Facts”, „Synthese” 53 (1982), s. 43–122.
- Lewis D., *Counterfactuals*, Oxford Basil Blackwell, London, 1973.
- Linsky B., Zalta E., „In Defense of the Simplest Quantified Modal Logic”, „Philosophical Perspectives” 8 (1994), s. 431–458.
- Menzel Ch., „Actualism”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2008 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/win2008/entries/davidson/>>.
- Perzanowski J., „Some observations on modal logic and the Tractatus”, w: R. Chisholm *et al.* (red.), *Philosophy of Mind/Philosophy of Psychology, Proceedings of 9th International Wittgenstein Symposium*, Verlag Holder-Pichler-Tempsky, Wien 1985, s. 544–550.
- Suszko R., „Ontologia w *Traktacie* L. Wittgensteina”, w: R. Suszko *Wybór pism*, Warszawa 1998.
- Suszko R., Żandarowska W., „Systemy S5 i S4 Lewisa a spójnik identyczności”, „*Studia Logica*” 29 (1971), s. 169–181.
- Wittgenstein L., *Traktatus logico-philosophicus*. PWN, Warszawa 2000.
- Wolniewicz B., *Ontologia sytuacji*, PWN, Warszawa 1985.

Wolniewicz B., *Logic and Metaphisic*, ZJRz, Warszawa 1999.

Wolniewicz B., „Sytuacje i przedmioty w ontologii faktów”, „Edukacja Filozoficzna”, Vol. 36, 2003 s. 5–112.

Wójtowicz A., „Jaką logikę może zaakceptować filozof?”, „Filozofia Nauki” 4 (1995), s. 95–111.

Wójtowicz A., „Spór o zdania atomowe”, „Przegląd Filozoficzny” 3 (2001), s. 123–138.

Zalta E., „Twenty-five Basic Theorems of Situation and World Theory”, „Journal of Philosophical Logic” 44 (1993), s. 385–482.

On Connections among Objects, Situations and Possible Worlds

Key Words: possible world, situation, situation ontology

Different systems of modal logic are possible. Consequently, the question arises, whether any one of them is more credible than others, and what kind of arguments can be adduced in its defense. In the article the author discusses the assumption that the possible world is a maximal situation (in the sense of situation ontology).