

Marek Lechniak

O relacji alternatywności

*Można rzec z lekkim uproszczeniem,
że wszystko, co chcemy powiedzieć w semantyce logik modalnych,
może być wyrażone w terminach relacji alternatywności¹*

Słowa kluczowe: logiki modalne, możliwy świat, relacja alternatywności (dostępności)

Około pięćdziesiąt lat temu powstały semantyki relacyjne. Liczba publikacji dotyczących tych semantyk jest wprost nieprzebrana; można tylko stwierdzić, że semantyki relacyjne (możliwych światów) stały się podstawowym narzędziem logiki. Wciąż też powstają nowe prace na ich temat; wystarczy tu wspomnieć np. dwa specjalne zeszyty „Studia Logica” z 2006 zatytułowane „Ways of Worlds”². Podstawowe pojęcia tych semantyk to „możliwy świat” i „relacja między możliwymi światami”. Pierwsze z nich jest „do znudzenia” eksploatowane filozoficznie, natomiast drugie nie cieszy się porównywalnym zainteresowaniem. Tymczasem, jak się wydaje, to na nim opiera się ciężar struktury relacyjnej będącej podstawą semantyk. Dlatego w poniższych uwagach, mających charakter dość szkicowy,

¹ J. Hintikka, *Intentions of intentionality and other new models for modalities*, Dordrecht 1975, s. 28.

² We wprowadzeniu do tego numeru „Studia Logica” jego redaktorzy V. Hendricks i S.A. Pedersen piszą: „‘Możliwe światy’ były jednym z prawdziwie trudnych pojęć zarówno głównego nurtu filozofii, jak i formalnej filozofii. Z jednej strony możliwe światy dowiodły wielkiej użyteczności w logice filozoficznej, doprowadzając do znaczących wyników formalnych o istotnym wpływie na metafizykę, epistemologię, etykę, filozofię nauki... Z drugiej strony jednak wywołały one wiele hałasu i tumultu szczególnie w dwóch pierwszych dyscyplinach, metafizyce i epistemologii. Z logicznego punktu widzenia są one użytecznym narzędziem czy konstrukcją pojęciową, z punktu zaś widzenia filozoficznego kłopotliwymi bytami generującymi niekończące się dyskusje – czasem nawet *ad nauseam*, jak zauważył ostatnio Hintikka: Te możliwości są nazywane scenariuszami. Filozofowie nazywają je możliwymi światami. Taka praktyka jest przejawem megalomanii intelektualnej”; por. „Studia Logica” 82 (2006), 301.

podejmę kwestię rozumienia owej relacji. Spróbuję zatem na podstawie rozproszonych uwag kilku autorów odpowiedzieć na pytanie, czy istnieją jakieś intuicje, które mogą być wiązane z relacją między światami możliwymi, czy jest to po prostu i tylko narzędzie formalne umożliwiające np. rozstrzygalność systemów modalnych (tak, jak np. matryce pozbawione jakiejkolwiek interpretacji są użytecznym narzędziem badań nad systemami formalnymi). Wydaje się, że kwestia ta jest dość doniosła szczególnie wobec często słyszanych deklaracji, że semantyki możliwych światów dały nowe spojrzenie na modalności³.

Strukturą relacyjną (*frame*) nazywamy parę uporządkowaną $\langle W, R \rangle$, gdzie W jest niepustym zbiorem, a R relacją określoną na W . Wartościowanie V na tej strukturze jest funkcją, taką że $V(A, x) \in \{T, F\}$ dla każdego wyrażenia zdaniowego A oraz $x \in W$, która spełnia następujące warunki:

$V(\neg A, x) = T$	wtedy i tylko wtedy, gdy	$V(A, x) = F$
$V(A \wedge B, x) = T$	wtedy i tylko wtedy, gdy	$V(A, x) = T$ i $V(B, x) = T$
$V(A \vee B, x) = T$	wtedy i tylko wtedy, gdy	$V(A, x) = T$ lub $V(B, x) = T$
$V(\Box A, x) = T$	wtedy i tylko wtedy, gdy	$\forall y (xRy \rightarrow V(A, y) = T)$
$V(\Diamond A, x) = T$	wtedy i tylko wtedy, gdy	$\exists y (xRy \wedge V(A, y) = T)$

Model M jest to trójka $\langle W, R, V \rangle$. A jest spełnione w M wtedy i tylko wtedy, gdy dla pewnego $x \in W$, $V(A, x) = T$

A jest prawdziwe (zweryfikowane) w modelu M wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x \in W$, $V(A, x) = T$.

Pierwsze trzy warunki określają wartościowania klasyczne negacji, koniunkcji i alternatywy. W analizie modalności ważne są dwa ostatnie warunki: pierwszy stwierdza, że zdanie $\Box A$ jest prawdziwe w świecie x (należącym do zbioru światów możliwych W), gdy dla każdego świata (należącego do W) pozostającego w relacji R do świata aktualnego jest prawdziwe zdanie A ; drugie zaś stwierdza, że zdanie $\Diamond A$ jest prawdziwe w świecie aktualnym x , gdy istnieje taki świat y pozostający w relacji R do świata aktualnego, że A jest prawdziwe w tym świecie.

Jak wiadomo, w semantykach relacyjnych, które od strony intuicyjnej są zwykle traktowane jako odwołujące się do idei Leibniza, *novum* w stosunku do tej ostatniej stanowi fakt wprowadzenia relacji pomiędzy elementami zbioru W . Leibnizjańskie pojęcie konieczności jako tego, co prawdziwe w każdym możliwym świecie, zostało tu poddane rozszerzeniu poprzez wskazanie na to, iż między światami mogą zachodzić relacje, o różnych własnościach formalnych, zwane relacjami

³ „Semantyka relacyjna jest filozoficznie najciekawsza. Wyraz wprost znajdują w niej fundamentalne idee filozoficzne, sformułowane jednak z pewnym nadużyciem słów. Brakuje mianowicie zadowalającej eksplikacji podstawowych pojęć semantyki relacyjnej, a w szczególności pojęcia możliwego świata oraz relacji alternatywności”: por. J. Perzanowski, „Logiki modalne a filozofia”, w: *Jak filozofować, Studia z metodologii filozofii*, red. J. Perzanowski, PWN, Warszawa 1989, s. 276.

alternatywności lub dostępności (*accessibility*)⁴. Leibniza definicje konieczności i możliwości zakładają szczególne własności tej relacji, a mianowicie to, że jest ona równoważnościowa, w konsekwencji czego wszystkie „możliwe światy” są równouprawnione. Dlatego relacja równoważnościowa jako w pewnym sensie „trywialna” może zostać „przemilczana”⁵. Wówczas też funktory konieczności i możliwości są prostymi odpowiednikami zwykłych kwantyfikatorów, a prawa logiki modalnej mają dość nieciekawe odpowiedniki w węższym rachunku predykatów. Sprawa staje się ciekawsza, gdy rozważamy relacje słabsze niż relacja równoważnościowa, gdyż wtedy nie wszystkie światy są równouprawnione, a rozumienie modalności jako prawdziwości w możliwych światach zależy od cech relacji między „światami”.

Już von Wright zauważał podobieństwa w formalnym zachowaniu zachodzące między modalnościami a kwantyfikacją. Wskazywał jednak, iż zachodzą też pewne różnice między tymi pojęciami (inaczej modalności byłyby trywialnie sprowadzane do kwantyfikatorów). Otóż modalności można sprowadzić do kwantyfikacji ograniczonej przez relację dostępności (*accessibility*)⁶. Owa dostępność ogranicza zatem liczbę możliwych światów branych pod uwagę dla danej modalności (np. zachowujących prawa naszego świata dla modalności nomologicznej). Przy tym, jak podkreśla D. Lewis, własności relacji dostępności są wyznaczone przez kryteria pozalogiczne (rzeczowe); od strony logicznej nie można rozstrzygnąć, które spośród własności tej relacji mogą mieć zastosowanie w charakterystyce stosowalnych w jakiejś dziedzinie wiedzy pojęć modalnych⁷.

⁴ D. Lewis w jego semantyce dla warunkowych okresów kontrfaktycznych wprowadza oprócz relacji dostępności relację podobieństwa (*similarity*) między światami możliwymi; jednak na relację tę nakładane są inne niż na dostępność warunki formalne.

⁵ „W przypadku semantycznej wersji S5 [...] staniemy wobec sytuacji, z którą, jak się zdaje, jesteśmy bardziej obznajomieni: każdy zbiór modelowy jest alternatywny względem każdego innego zbioru modelowego. Sytuacja założona przez tradycyjne utożsamienie możliwości z prawdziwością w pewnym możliwym świecie, konieczności zaś z prawdziwością w każdym ze światów dokładnie tak się przecież przedstawia”, por. J. Hintikka, „Odmiany modalności”, w: J. Hintikka, *Eseje logiczno-filozoficzne*, PWN, Warszawa 1992, s. 11–12.

⁶ „Modalność jest ograniczoną kwantyfikacją. I ograniczoną z punktu widzenia danego świata, może naszego, przez tzw. relację dostępności. Tak więc jest nomologicznie konieczne, choć nie konieczne bez ograniczeń, że zderzenie wywołuje ciepło: w każdym świecie, który zachowuje prawa naszego świata, zderzenie wywołuje ciepło. Jest kontyngentne, który ze światów jest nasz. Stąd: jakie są prawa naszego świata; stąd: które światy są nomologicznie dostępne z naszego; stąd: co jest prawdziwe w tych światach, tj. co jest konieczne nomologicznie.”; por. D. Lewis, *On the Plurality of Worlds*, Basil Blackwell Ltd, Oxford 1986, s. 7.

⁷ „Powróćmy do przykładu: jest nomologicznie konieczne, że tarcie wytwarza ciepło, ponieważ w każdym świecie nomologicznie dostępnym z naszego – każdym świecie, który zachowuje nasze prawa – tarcie wytwarza ciepło. Wtedy faktycznie zagadkowa kwestia dotycząca logiki iterowanych nomologicznych konieczności przechodzi w pytanie (łatwiejsze do rozważania) o relację dostępności nomologicznej. Czy ona jest symetryczna, tranzytywna czy euklidesowa, zwrotna? Innymi słowy: czy jest tak, że kiedykolwiek świat W_1 przyjmuje prawa W_0 , to W_0 przyjmuje prawa W_1 ? Czy jest tak, że jeśli W_2 zachowuje prawa W_1 , który z kolei zachowuje prawa W_0 , to W_2 zachowuje prawa

Najłatwiejsza do uchwycenia intuicyjnego wydaje się relacja dostępności w kontekstach doksastyczno-epistemicznych⁸. Jej rozumienie opiera się na traktowaniu pojęcia wiedzy jako paralelnego względem pojęcia konieczności i odpowiednim do tego rozumieniu semantyki światów możliwych. Wiedza jest to prawdziwość we wszystkich światach epistemicznie możliwych. Jeśli traktować światy możliwe jako zbiory maksymalne (maksymalne opisy świata, to znaczy takie zbiory, że dla dowolnego zdania albo to zdanie, albo jego negacja przynależą do danego zbioru), to można by powiedzieć, że owe światy (opisy świata) dzielą się na takie, które są niesprzeczne z aktualnym stanem wiedzy podmiotu, i te, które są względem tego stanu wiedzy sprzeczne. Możliwe światy pierwszej grupy to właśnie światy epistemicznie możliwe lub epistemicznie dostępne. Zdania, które należą do wiedzy podmiotu, są prawdziwe w każdym świecie epistemicznie możliwym. Jednakże nie wszystkie światy są wzajemnie jednakowo dostępne. Owa dostępność może być na różny sposób charakteryzowana w różnych systemach logiki. Chodzi o to, że na przykład stan wiedzy (przekonań) x może być dostępny ze stanu y , ale nie odwrotnie (relacja dostępności, alternatywności nie jest symetryczna). Tak jest, gdy np. porówna się wiedzę dzisiejszą podmiotu z tym, co będzie on wiedział w przyszłości (pewne zdania, które dziś są możliwe do pogodzenia z jego jeszcze niepełną wiedzą na jakiś temat, mogą być sprzeczne z tym, co będzie on wiedział po uzupełnieniu wiedzy)⁹. Wskazuje się także, że systemy epistemiczne mogą być traktowane jako miara infalibilności. Zdobywanie wiedzy polega na stopniowym ograniczaniu liczby światów możliwych do pogodzenia ze światem aktualnym. Ograniczenie liczby światów epistemicznie możliwych do aktualnego wskazuje na wszechwiedzę podmiotu (żaden świat alternatywny różny od aktualnego nie jest możliwy), natomiast kompletna ignorancja podmiotu każe uznać wszystkie światy możliwe za dopuszczalne (ponieważ podmiot nic nie wie, żadne zdanie należące do dowolnego alternatywnego opisu nie jest sprzeczne z jego wiedzą)¹⁰.

W₀? I tak dalej. Teorie metalogiczne zachowują milczenie w kwestii, które ze struktur relacyjnych, jeśli jakiegokolwiek, prowadzą do poprawnych interpretacji. Tęgo dotyczy teoria przedmiotowa, a nie metalogika”; tamże, s. 20.

⁸ Dokładniejsze analizy dostępności w kontekstach epistemicznych (przeprowadzone na podstawie prac J. Hintikka i R. Stalnakera) zawarte są w moim artykule „Kilka uwag o relacji alternatywności w semantyce światów możliwych”, „Roczniki Filozoficzne” 56 (2008), nr 1, s. 170–190. Tu przedstawię jedynie wnioski z tego artykułu.

⁹ Por. J. Hintikka, *Knowledge and Belief*, Cornell University Press Ithaca 1962, s. 45.

¹⁰ „Jak dalece nierozzerwalnie nastawienia sądzeniowe są związane z pojęciem możliwego świata, pozwala może lepiej zrozumieć pytanie, co to znaczy, że czyjeś nastawienie sądzeniowe jest bardziej rozległe niż nastawienie sądzeniowe kogoś innego. Kiedy a wie (mniema, życzy sobie, postrzega) więcej niż b ? Wydaje mi się, że jedyna rozsądna ogólna odpowiedź brzmi, że a wie więcej niż b wtedy i tylko wtedy, gdy klasa możliwych światów zgodnych z jego wiedzą jest węższa niż klasa możliwych światów zgodnych z wiedzą b ; i podobnie dla innych nastawień sądzeniowych. Nie jest to w żadnym razie pełna odpowiedź, nie mówi bowiem nic na temat odseparowywania od siebie

Z kolei zwraca się uwagę na fakt, że systemy epistemiczne mogą być uporządkowane według siły ich odporności na „ignorancję”. Najmocniejszy jest system KT45¹¹ (bardzo popularny w zastosowaniach do baz danych), którego aksjomat 5 (o postaci $\neg K_a p \rightarrow K_a \neg K_a p$) wiąże wiedzę z najniższym poziomem ignorancji: jeśli p nie zachodzi, to a wie, iż nie wie, że p ¹². Z kolei w S4 (KT4) zakłada się możliwość nieco większego poziomu niewiedzy: wskutek braku aksjomatu 5 zbiory $\{\neg p, \neg K_a \neg K_a p\}$ oraz $\{\neg K_a p, \neg K_a \neg K_a p\}$ nie są już wewnętrznie sprzeczne; w KT45 każdy z tych zbiorów był sprzeczny, bo np. skoro $\neg p$, to $P_a \neg p$, a stąd $K_a \neg K_a p$. Zatem w S4 podmiot może mieć fałszywe zdanie na temat tego, co wie. Jeszcze wyższy poziom ignorancji dopuszczany byłby w systemie T: podmiot może według tego systemu wiedzieć coś, nie wiedząc, że to wie.

Alternatywność doksastyczna ma inne własności formalne od alternatywności epistemicznej; chodzi tu przede wszystkim o różniący je warunek zwrotności przysługujący relacji epistemicznej (związany z charakteryzującą wiedzę cechą prawdziwości). Z tego względu przekonania charakteryzowane są zwykle przez system KD4 (lub w mocniejszej wersji przez KD45)¹³. Analizując własności relacji dostępności epistemicznej, wskazuje się, że dochodzenie do wiedzy może być określane jako eliminowanie niektórych (dopuszczalnych wcześniej jako możliwe do pogodzenia z tym, co podmiot wie) przekonań. Można zatem przyjąć następującą „definicję” przekonania: $B_a p \equiv P_a K_a p$, gdzie $P_a p \equiv \neg K_a \neg p$, czyli P jest funktorem epistemicznej możliwości); przekonanie jest epistemicznie

różnych możliwych światów ani porównywania ich pod względem ważności. Niemniej, to wystarczy, by wykazać doniosłość pojęcia możliwego świata dla naszego zrozumienia logiki nastawień sądzeniowych”; por. J. Hintikka, „Logika percepcji”, w: tenże, *Pisma*, s. 213–219.

¹¹ Przypomnijmy, że system zwany KT45 to nic innego niż „zwykły” Lewisowski system S5 (podobnie jak KT4 to S4); współcześnie częściej używa się właśnie konwencji pochodzącej od J. Lemmona, wedle której poszczególne aksjomaty mają swe nazwy, a system określa się przez wymienienie nazw jego aksjomatów (stąd KT45 zawiera aksjomaty K (normalnej logiki modalnej umożliwiającej stosowanie standardowej semantyki Kripkego), T oraz 4 i 5; por. R. Bull, K. Segerberg, „Basic Modal Logic”, w: D. Gabbay, F. Guenther, *Handbook of Philosophical Logic*, v. II, Reidel Publ. Comp. Dordrecht 1984, s. 20).

¹² Sformułowanie: „jeśli p nie zachodzi, to a wie, iż nie wie, że p ” jest, ściśle mówiąc, słownym odczytaniem tzw. aksjomatu Brouwera B (o postaci $\neg p \rightarrow K_a \neg K_a \neg p$). Łatwo jednak wykazać, że na gruncie pozostałych aksjomatów systemu formuła B jest równoważna z formułą 5. Występujące w przytaczanych tu wzorach funktory K, P, B odczytujemy odpowiednio: „wie, że”, „jest epistemicznie możliwe, że” (jest możliwe do pogodzenia ze wszystkim, co wie podmiot, że”, „jest przekonany (uznaje), że”. Dwa pierwsze funktory są epistemicznymi odpowiednikami aletrycznej konieczności i możliwości, a trzeci doksastycznym odpowiednikiem funktora konieczności. Relatywizację funktora do podmiotu a czasem pomija się (o ile we wszystkich rozważaniach mowa jest o jednym podmiocie poznającym).

¹³ Przypomnijmy, że aksjomat D ma (w kontekstach doksastycznych) postać: $B_a p \rightarrow P_a p$, czyli „Jeśli podmiot jest przekonany, że p , to jest doksastycznie możliwe (czyli możliwe do pogodzenia ze wszystkim, co ten podmiot uznaje), że p ”.

możliwą wiedzę. Takiej definicji nie można przyjąć na gruncie systemu KT4, gdyż otrzymalibyśmy logikę, która nie jest normalną logiką modalną.

System ten zatem musi zostać wzmocniony; prowadzi to do systemów pośrednich między KT4 a KT45 (ten ostatni system utożsamia pojęcie wiedzy i przekonania). Najłabszym spośród systemów pozwalającym na zdefiniowanie pojęcia przekonania jest system S4.2, zwany też systemem KT4G, który powstaje poprzez dodanie do S4 aksjomatu $G \text{ P.T. Geacha}$ o postaci $P_a K_a p \rightarrow K_a P_a p$ ¹⁴.

Również wyraźne intuicje towarzyszą relacji R między światami możliwymi w logikach temporalnych. W logikach zdań czasowych (czasów gramatycznych) świat jest widziany jako następujące po sobie stany świata, a relacja następstwa czasowego określona jest na stanach świata. Te stany traktowane są jako „fragmenty świata”, a nie interwały czasowe (jak w systemach von Wrighta). Trójka uporządkowana $\langle W, R, V \rangle$ reprezentuje możliwą historię, stany rzeczy następują po sobie, są uporządkowane relacją następstwa czasowego, a jej własności są wyznaczone przez własności czasu zakładane w danym systemie (narzucone przez rzeczywistość); może to być np. dyskretność, liniowość, własność bycia rozgałęzionym¹⁵. Podstawowym wymogiem nakładanym na relację R jest wymóg przechodniości – relacja ta ma mieć charakter następstwa czasowego. Zwraca się przy tym uwagę, iż innymi – obok przechodniości – podstawowymi własnościami, które się przypisuje czasowi, jest przeciwwrotność i asymetria, które nie są jednak wyrażalne wprost w żadnych formułach modalnych¹⁶.

Zarówno logiki epistemiczne, jak temporalne (i inne podobne, np. logiki deontyczne)¹⁷ traktowane są często jako zastosowania logiki modalnej. Takie

¹⁴ Por. R. Stalnaker, *On Logics of Knowledge and Belief*, „Philosophical Studies” 128 (2006), s. 169–199, a także W. Lenzen w książce *Recent work in Epistemic Logic*, „Acta Philosophica Fennica” XXX (1978), s. 83, zawierający uwagi o systemie S4.2 jako adekwatnej logice wiedzy.

¹⁵ Świrydowicz wskazuje na różnicę zachodzącą między pierwotnie syntaktycznym podejściem do konstruowania logik np. aletycznych czy epistemicznych a podejściem wychodzącym od ustaleń semantycznych w wypadku logik temporalnych. „O ile punktem wyjścia konstrukcji tradycyjnych logik modalnych była analiza funkcjonowania pojęć możliwości i konieczności w języku naturalnym czy językach specjalnych – w języku filozofii, prawa czy etyki, o tyle część przynajmniej systemów logiki czasu była budowana od strony semantyki, od analizy tego, jakie własności powinna mieć relacja następstwa czasowego. Ponieważ istnieją formuły modalne wyrażające niektóre własności relacji R , można spróbować odwrócić relację: syntaktyka–semantyka. [...] W przypadku logiki czasu niektórzy z logików postanowili odwrócić sytuację: semantyka jest podstawowa, a syntaktyka jest wtórna, problem zaś dotyczy tego, co o relacji następstwa czasowego da się powiedzieć w syntaktyce”; por. K. Świrydowicz, *Podstawy logiki modalnej*, Poznań 2004, s. 150.

¹⁶ Problem dotyczy zasadniczo przeciwwrotności, gdyż jeśli relacja jest przechodnia i przeciwwrotna, to jest także asymetryczna. Założenie przeciwwrotności tej relacji jest jednak niezbędne przy dowodach pełności systemów normalnych logik czasowych; por. K. Świrydowicz, dz. cyt., s. 170–171.

¹⁷ W logikach deontycznych stosowanie semantyk możliwych światów opiera się na przyjmowaniu, że światy możliwe porządkowane są przez relację preferowalności, a zdania nakazane (normy,

podejście zakłada, że „właściwą” logiką modalną jest logika aletryczna. Powyższe zaś logiki są aplikacjami podstawowych struktur modalnych spełniającymi odpowiednie dla opisywanej przez nie dziedziny przedmiotowej warunki (dotyczące często właśnie relacji między światami możliwymi)¹⁸. Jak zatem rozumieć relację dostępności (alternatywności) dla systemów modalnych?

D. Lewis interpretuje relację dostępności za pomocą pojęcia sfery dostępności: do każdego świata i przyporządkowujemy zbiór światów S_i wokół świata i traktowany jako zbiór światów dostępnych z i (jako „strefę wpływu”). Wówczas: zdanie $\Box\phi$ jest prawdziwe w świecie i wtedy i tylko wtedy, gdy ϕ jest prawdziwe poprzez (całą) sferę dostępności S_i wokół świata i , a zdanie $\Diamond\phi$ jest prawdziwe w świecie i wtedy i tylko wtedy, gdy ϕ jest prawdziwe gdzieś (w jakimś miejscu) sfery S_i . Owa sfera dostępności może być interpretowana (jak to ma miejsce u Hughesa i Cresswella) w sposób poznawczy jako „widzenie” (wgląd, *see into*, „jeden świat może być zdolny do wglądu w inny świat”)¹⁹; różne systemy modalne charakteryzują wglądy o różnych własnościach formalnych.

Jedno z podejść do rozumienia alternatywności może być następujące: kluczem do rozumienia relacji jest analiza członów relacji; pytanie o alternatywność przekształca się wówczas w pytanie o status ontyczny możliwych światów, a to z kolei pełni rolę współczesnej wersji sporu o uniwersalia, z jego trzema zasadniczymi stanowiskami: realizmem, konceptualizmem i nominalizmem (czy też sporu o status bytowy przedmiotów matematyki). Takie też można wyróżnić stanowiska w kwestii możliwych światów:

- (a) stanowisko lingwistyczne traktuje mówienie o światach możliwych jako dotyczące maksymalnie niesprzecznych zbiorów zdań (np. Hintikka), gdzie niesprzeczność może być rozumiana syntaktycznie lub semantycznie;
- (b) stanowisko konceptualistyczne, w którym światy możliwe traktowane są jako inne (alternatywne) sposoby pojmowania świata (np. Kripke);

obowiązk) to zdania prawdziwe w najlepszym (doskonałym moralnie) spośród wszystkich światów (świecie idealnym). To podejście rodzi jednak problemy takie jak np. odtworzenie niektórych paradoksów logik deontycznych (paradoks dobrego Samarytanina lub paradoks wiedzącego) czy to, że adekwatne określenie niektórych naszych zobowiązań wymaga opisanie nie tylko świata idealnego, ale światów subidealnych (np. zakaz prowadzenia samochodu po pijanemu nie da się, zdaniem Hanssona, wyprowadzić z opisu światów idealnych, w których sytuacja bycia pijanym w ogóle nie może zajść); por. S.O. Hansson, *Ideal Worlds – Wishful Thinking in Deontic Logic*, „Studia Logica” 82 (2006), s. 329–336.

¹⁸ D. Lewis pokazuje przykłady ograniczania relacji dostępności dla różnych rodzajów modalności. I tak np. w odniesieniu do logicznej konieczności przypisujemy do każdego świata i jako jego sferę dostępności S_i zbiór wszystkich możliwych światów; w odniesieniu do konieczności fizycznej przypisujemy do każdego świata i jako jego sferę dostępności S_i zbiór wszystkich światów, których prawa natury utrzymują swoją ważność w świecie i , w odniesieniu zaś do konieczności deontycznej (moralnej) przypisujemy do każdego świata i jako sferę jego dostępności zbiór wszystkich moralnie doskonałych światów, itd; por. D. Lewis, *Counterfactuals*, Basil Blackwell Oxford 1986, s. 7–10.

¹⁹ Por. R. Girle, *Possible worlds*, Acumen Publ. Ltd. 2003, s. 37–40.

- (c) stanowisko realistyczne, które traktuje mówienie o światach możliwych dosłownie, jako o rzeczywistych, abstrakcyjnych przedmiotach zupełnie niezależnych od naszego języka czy myśli (np. D. Lewis)²⁰.

W przypadku podejścia lingwistycznego relacja dostępności może być interpretowana jako odnosząca się do logicznych związków między owymi maksymalnymi zbiorami zdań (maksymalnie niesprzeczne zbiory zdań to alternatywne zupełne „opisy świata”, „scenariusze”, tzn. takie, że z każdej pary zdań sprzecznych jedno należy do danego zbioru)²¹. Możliwe światy przedstawiają „zasadniczo możliwe przebiegi zdarzeń” albo „są możliwymi stanami rzeczy w chwili, o której jest mowa”. Dla Hintikki relacja między światami to nie dostępność, ale alternatywność, „zbiory pozostające w niej w stosunku do danego zbioru μ [...] stanowią, z intuicyjnego punktu widzenia, częściowe opisy stanu rzeczy mogących się zrealizować zamiast stanu rzeczy μ ”²².

Z kolei D. Lewis przedstawiany jest jako reprezentant realizmu. Jego stanowisko można za Stalnakerem przedstawić w następujących punktach: a) Światy możliwe istnieją. b) Inne światy możliwe są rzeczami tego samego rodzaju, co świat aktualny. c) Okazjonalna analiza przymiotnika „aktualny” jest analizą poprawną. Światów możliwych nie można zredukować do czegoś bardziej podstawowego. Stalnaker podkreśla, że realizm Lewisa przejawia się w tezie b), „ponieważ implikuje ona, że światy możliwe nie są ulotnymi sposobami, na jakie rzeczy mogłyby być, ale przynajmniej bytami, które utworzone są z konkretnych partykulariów i zdarzeń. Światem aktualnym jestem „ja i moje otoczenie”. Inne światy możliwe to po prostu więcej takich rzeczy”²³. Wskazuje się na skrajność stanowiska Lewisa; jego stanowisko w sprawie światów możliwych można nazwać realizmem skrajnym (Plantinga) lub konkretyzmem (van Inwagen); czy relacja alternatywności także ma charakter konkretny? Wydaje się, że nie! Choć możliwe światy mają charakter czasoprzestrzenny, „wcale nie istnieją czasoprzestrzenne relacje między rzeczami należącymi do różnych światów. Ani nic, co zdarza się w jednym świecie, nie ma żadnego wpływu na to, co zdarza się w innym świecie”²⁴. Alternatywność nie może być zatem traktowana jako czasoprzestrzenna relacja między czasoprzestrzennymi światami.

²⁰ Por. S. Haack, „Logika modalna”, w: *Filozofia logiki*, red. J. Woleński, Warszawa 1997, s. 205. Nasze uwagi o stanowiskach w sprawie możliwych światów są z zamierzenia raczej wzmiankami – literatura metafizyczna dotycząca zagadnienia jest drastycznie obszerna.

²¹ „Nie ma nic tajemniczego w tak zwanych przeze mnie „możliwych światach”. Za Richardem Jeffreyem możemy nazwać „powieścią zupełną” taki niesprzeczny zbiór zdań w danym języku, który nie da się w sposób niesprzeczny rozszerzyć. Możliwy świat jest w istocie rzeczy tym, co opisuje pewna powieść zupełna”; por. J. Hintikka, *Logika percepcji*, s. 214.

²² Por. Hintikka, *Odmiany modalności*, s. 6.

²³ Por. R. Stalnaker, „Światy możliwe”, w: *Metafizyka w filozofii analitycznej*, red. T. Szubka, Lublin 1995, s. 139–140.

²⁴ Por. D. Lewis, *On the Plurality of Worlds*, s. 2. Swoją drogą wydaje się, że Lewis powinien raczej mówić o relacji alternatywności, a nie o dostępności między możliwymi światami; wszak one właśnie są wzajemnie niedostępne!

Wydaje się, że powyżej zasygnalizowane rozważania „metafizyczne” nad możliwymi światami nie wnoszą wiele do rozumienia naszej relacji. Wróćmy zatem do rozważań na gruncie logiki. Można stwierdzić za mottem tego artykułu, że relacja alternatywności to chyba inny sposób wyrażenia idei możliwego świata. Podstawowa zasada w systemie Hintikki

(C.P*) Jeżeli $P \in \varphi$ (gdzie P to „Jest możliwe, że”, a μ oznacza zbiór modelowy, czyli podzbiór możliwego świata) i jeżeli μ należy do systemu modelowego Ω , to istnieje w Ω co najmniej jeden alternatywny zbiór modelowy μ' taki, że $p \in \mu'$

głosi ni mniej ni więcej tylko to, że zdanie „Jest możliwe, że p ” jest prawdziwe wtedy, gdy istnieje co najmniej jeden alternatywny przebieg zdarzeń (scenariusz), w którym p byłoby prawdziwe. Przy tym liczą się nie tylko scenariusze alternatywne względem świata (scenariusza) aktualnego, ale i scenariusze alternatywne względem innych scenariuszy alternatywnych, a własności relacji alternatywności określają właśnie to, które spośród scenariuszy (możliwych przebiegów zdarzeń) mogą być brane pod uwagę. I tak np. może być tak, alternatywność jest zwrotna i przechodnia, ale nie symetryczna (S4), albo w jeszcze słabszej sytuacji, jedynie zwrotna (T). Przy tym należy podkreślić, że inną rzeczą jest rozumienie samej „idei” alternatywności, a inną ocena, jak dany system logiczny nadaje się do wyrażenia natury konieczności czy możliwości aletycznej. Alternatywność (dostępność) od strony formalnej to po prostu kwantyfikacja o ograniczonym zakresie na pewnego (lub dowolnego jak powiemy niżej) typu obiektach; charakterystyka ontologiczna tych obiektów, jak wskazywaliśmy, może być różna. Natomiast nie każdy zestaw własności relacji alternatywności nadaje się do charakterystyki modalności aletycznej. W tej sprawie np. Hintikka wskazuje, że system T jest „najbardziej naturalny”, a to decyduje o jego „doniosłości i atrakcyjności”. Z kolei logiczną konieczność i logiczną możliwość najlepiej wyraża system S5, który z kolei jest zbyt mocny do wyrażania idei logicznej dowodliwości, itd. Szczegółne miejsce zajmuje system KD (czy, inaczej mówiąc, system D), będący deontycznym odpowiednikiem systemu T, w którym rezygnuje się z postulatu zwrotności relacji alternatywności, wprowadzając własność seryjności tej relacji²⁵. *Expressis verbis* przyjęta seryjność (u Hintikki w postaci zasady

(Wn*) Jeżeli $Np \in \mu \in \Omega$, to istnieje w Ω co najmniej jeden zbiór alternatywny względem μ , do którego p należy)

gwarantuje „operatorowi konieczności moc co najmniej równą mocy operatora możliwości”²⁶.

²⁵ Tzn. ser (R) wtedy i tylko wtedy, gdy $\forall x \exists y (xRy)$, czyli że dla każdego świata istnieje co najmniej jeden świat możliwy alternatywny względem niego. Zwrotność relacji jest szczególną postacią seryjności.

²⁶ Por. J. Hintikka, *Odmiany modalności*, s. 10–23.

Wracając zaś do alternatywności, warto wskazać, iż w nowszych pracach dotyczących logik modalnych podkreśla się, że członki tej relacji nie muszą być interpretowane w jakiś konkretny sposób²⁷. Mogą to być możliwe światy, a mogą też być to zwykłe indywidua, pomiędzy którymi zachodzą jakieś relacje (np. zbiór ludzi zamieszkujących dom, między którymi zachodzą relacje binarne takie, jak: lubi, kocha, poważa itp.). Blackburn wskazuje, że warto tu używać neutralnego pojęcia „punktu” w odniesieniu do elementów zbioru W ; relacja dostępności to relacja zachodząca między punktami. Przy tym „maszyna Kripkego nie musi być interpretowana intensjonalnie”. Zwraca się uwagę, że pomiędzy językami modalnymi a językami pierwszego rzędu zachodzi relacja przekładalności: tzw. standardowa translacja pozwala na przekład dowolnej modalnej reprezentacji jakiegoś stanu rzeczy w równoważną (gwarantującą spełnialność) reprezentację w języku pierwszego rzędu²⁸. Podkreśla się, że

formuły modalne mówią o modelach Kripkego od wewnątrz, podczas gdy w klasycznej logice pierwszego rzędu, gdy mówimy o modelu, czynimy to od zewnątrz. Zdania tej logiki przyjmują perspektywę Boskiego widzenia struktury i niezależnie od użytego przez nas przyporządkowania do zmiennych, są po prostu prawdziwe lub fałszywe w danym modelu.

Tak więc według referowanego tu podejścia (zwanego stylem amsterdamskim) „modalności są w istocie »makrami«, które kodują kwantyfikację określoną na dostępnych punktach bez wiązania *explicite* zmiennych”²⁹.

Podsumowując. Semantyki relacyjne wprowadziły nową perspektywę w analizie modalności. Zamiast katalogu twierdzeń wyrażających na poziomie syntaktycznym mniej lub bardziej zrozumiałe własności pojęć modalnych (z której to perspektywy np. modalności iterowane jawiły się jako co najmniej dziwne) wprowadziły do logiki semantyczne rozumienie modalności jako alternatywnych przebiegów zdarzeń, które to przebiegi zdarzeń można poddać „zwykłej” kwantyfikacji. Relacja alternatywności (dostępności) to semantyczny odpowiednik możliwości jako jednego z dopuszczalnych stanów świata. Stany te nie muszą być wzajemnie

²⁷ Uwagi tego akapitu oparte są na: P. Blackburn, „Arthur Prior and Hybrid Logic”, „Synthese” 150 (2006), s. 329–372.

„Co reprezentuje struktura relacyjna (*frame*)? Współczesna odpowiedź brzmi: dokładnie wszystko. [...] Tradycyjne interpretacje są po prostu wierzchołkiem góry lodowej. Współcześnie duży wpływ ma taka perspektywa, w której myśli się o zbiorze W jako o zbiorze stanów w pewnym systemie obliczeniowym, a o zbiorze relacji jako o procesach. Przy tej interpretacji R^{www} znaczy, że stan w może być przekształcony w stan w' za pomocą procesu α ”; por. tamże, s. 331.

²⁸ Dla formuł modalnych standardowa translacja opisana jest następującymi warunkami:

$$ST_x (\langle m \rangle \phi) = \exists y (R^m(x, y) \wedge ST_y (\phi))$$

$$ST_x ([m]\phi) = \forall y (R^m(x, y) \rightarrow ST_y (\phi))$$

²⁹ Korzyścią ze stosowania języków modalnych jest ich prostota oraz obliczalność („dla wielu celów język pierwszego rzędu ma zbyt dużą siłę wyrazu i dlatego w wielu sytuacjach ma sens korzystanie z fragmentów logiki pierwszego rzędu mających lepsze własności obliczeniowe”); por. tamże, s. 337.

równodostępne (możliwe); dotyczy to tak perspektywy świata aktualnego, jak i innych światów (nieaktualnych). Świat aktualny wydaje się jakoś uprzywilejowany – do jego opisu wystarczają zdania asertoryczne. Światy, które mogłyby zachodzić *zamiast* świata aktualnego, możliwe przebiegi zdarzeń, muszą być opisywane jakoś inaczej – mogą to być zdania warunkowe (nie przypadkiem zarówno u źródeł logik modalnych (C.I. Lewis), jak i u zarania D. Lewisa zainteresowań możliwymi światami jest analiza okresu warunkowego) lub zdania modalne. Przy tym owe alternatywne przebiegi zdarzeń mogą być w punkcie wyjścia traktowane czysto neutralnie (aontologicznie), a status bytowy tych punktów jest wyznaczany dopiero przez pozalogiczne (merytoryczne) analizy poszczególnych dziedzin przedmiotowych (przekonań, wiedzy, powinności, czasu itp). Wyniki tych przedmiotowych dociekań determinować dopiero będą własności relacji między możliwymi przebiegami zdarzeń.

Literatura

- Blackburn P., *Arthur Prior and Hybrid Logic*, „Synthese 150 (2006), s. 329–372.
- Hintikka J., *Intentions of intentionality and other new models for modalities*, Dordrecht 1975.
- Hintikka J., *Eseje logiczno-filozoficzne*, PWN, Warszawa 1992.
- Lechniak M., „Kilka uwag o relacji alternatywności w semantyce światów możliwych”, „Roczniki Filozoficzne” 56 (2008), nr 1, s. 170–190.
- Lewis D., *On the Plurality of Worlds*, Basil Blackwell Ltd, Oxford 1986.
- Stalnaker R., „On Logics of Knowledge and Belief”, „Philosophical Studies” 128 (2006), s. 169–199.
- Stalnaker R., „Światy możliwe”, w: *Metafizyka w filozofii analitycznej*, red. T. Szubka, Lublin 1995.
- Świrydowicz K., *Podstawy logiki modalnej*, Poznań 2004.

On the Relation of Alternation

Key words: *modal logic, possible world, alternativeness (accessibility) relation.*

The relation of alternativeness (accessibility) between elements of the set of possible worlds is the key concept of relational semantics. The model frame of this semantics has a large applicability in many kinds of non-classical logics. The paper analyses the concept of alternativeness in order to offer its philosophical elucidating. At the beginning an explanation of alternativeness in epistemic and temporal systems is presented. Then some positions on the question of ontological status of possible worlds are compared. In conclusion it is pointed out that the concept of alternativeness is a different way of formulating the idea of possibility.