

K r y s t y n a M i s i u n a

Czy istnieją niepoznawalne prawdy?

Słowa kluczowe: prawda, wiedza, informacja, paradoks Fitcha, zasada poznawalności

Problem istnienia niepoznawalnych prawd dyskutowany jest przez filozofów różnych szkół analitycznych, jak też przez logików odwołujących się do różnych systemów logicznych, od kilkudziesięciu lat, jednak tak ożywionej dyskusji wokół tego, pod wieloma względami niejasnego, problemu, jaka ma miejsce obecnie, nigdy wcześniej nie było. Termin „niepoznawalna prawda” przestaje funkcjonować jako jedna z wielu filozoficznych metafor, lecz staje się nazwą epistemologicznego problemu wymagającego swej precyzacji. Jedną z takich możliwych precyzacji chciałabym zaproponować w tym artykule.

1. Paradoks Fitcha

Każdy, kto podejmuje problem istnienia niepoznawalnych prawd, musi zająć własne stanowisko wobec argumentacji przedstawionej przez F. Fitcha (1963). Jak się okazuje, argument Fitcha może być różnie interpretowany i może prowadzić do odmiennych wniosków.

Zasada Poznawalności (ZP) sformułowana w terminach modalnych i epistemicznych głosi, że każda prawda jest poznawalna:

$$(ZP) A \rightarrow \Diamond KA.$$

Intuicyjne znaczenie „KA” można wyrazić w następujący sposób: $\exists x \exists t(x$ wie w momencie t , że A). Zasada Poznawalności przyjmuje też postać reguły poznawalności (RP):

$$(RP) \text{ Jeśli } A, \text{ to } \Diamond KA.$$

Proste rozumowanie pokazuje, że powyższe sformułowanie (ZP) i tym samym (RP) jest pod względem logicznym wadliwe, gdyż prowadzi do sprzeczności. Sprzeczność tę otrzymujemy, jeśli w (ZP) lub (RP) podstawimy w miejsce „A” zdanie postaci $p \wedge \neg Kp$, które intuicyjnie wyraża to, że jest pewna prawda, której nikt nigdy nie zna. Po podstawieniu w (ZP) dostajemy:

$$(I) (p \wedge \neg Kp) \rightarrow \Diamond K(p \wedge \neg Kp).$$

Jednak okazuje się, że $K(p \wedge \neg Kp)$ jest wewnętrznie sprzeczne. Do sprzeczności: $Kp \wedge \neg Kp$ prowadzą powszechnie akceptowane reguły logiki epistemicznej, takie jak reguła dystrybutywności wiedzy względem koniunkcji:

$$(RD) \text{ Jeśli } K(A \wedge B), \text{ to } KA \wedge KB$$

i reguła prawdziwości wiedzy (RP):

$$(RP) \text{ Jeśli } KA, \text{ to } A.$$

Sprzeczność ta pozwala wnosić, że $K(p \wedge \neg Kp)$ nie jest możliwe, a tym samym pozwala przyjąć negację poprzednika naszej wyjściowej implikacji (I): $\neg(p \wedge \neg Kp)$, która na gruncie logiki klasycznej równoważna jest zdaniu: $p \rightarrow Kp$, którego intuicyjne znaczenie jest takie, że każda prawda jest przez kogoś kiedyś znana. Tak więc rozumowanie odwołujące się do prostych reguł epistemicznych i logiki klasycznej, wychodzące od przesłanki stwierdzającej poznawalność każdej prawdy, prowadzi do intuicyjnie fałszywego wniosku, że każda prawda jest znana. Jako uzasadnienie fałszywości tego wniosku podaje się, że stwierdza on coś, czego powszechnie nie uznajemy, a mianowicie ludzką wszechwiedzę. Rozumowanie, jakie przedstawiliśmy wyżej, znane jest jako *paradoks poznawalności* lub jako *paradoks Fitcha*.

Paradoks ten spotkał się z wieloma różnymi reakcjami ze strony logików i filozofów¹. Oto niektóre z nich. Tak na przykład M. Dummett (2009) sugeruje, że zwolennik logiki intuicjonistycznej nie zaakceptuje równoważności uprawnionej na gruncie logiki klasycznej, która pozwala otrzymać $p \rightarrow Kp$, lecz przyjmie słabszą implikację: $p \rightarrow \neg\neg Kp$, która nie czyni argumentacji do niej prowadzącej paradoksalną². Interpretowany intuicjonistycznie następnik tej implikacji można odczytać jako: „W świetle tego wszystkiego, co już wiemy, nie jest możliwe zaprzeczyć, że p kiedyś będzie znane”. Dla intuicjonisty

¹ Zob. Salerno 2009; „Synthese” 2010, t. 173, nr 1; Horsten 2009; Proietti 2011.

² Wcześniej zwrócił na to uwagę T. Williamson (1988).

lub konstruktywisty zatem możliwość, że p będzie znane, zawsze pozostaje otwarta, co nie wywołuje sprzeczności z naszą intuicją. Z kolei N. Tennant (1997, 2009, 2010) argumentuje za ograniczeniem stosowalności reguły (RP) do takich A , dla których KA nie prowadzi do sprzeczności. Odmienne stanowisko w tej sprawie zajmuje N. Rescher (2005). Jeśli zmuszeni jesteśmy przyjąć, że $\neg \Diamond K(p \wedge \neg Kp)$, co równoważne jest temu, że $\neg K(p \wedge \neg Kp)$, to stwierdzenie to wyraża niepoznawalność jakiegoś faktu lub jakiejś prawdy, która ma miejsce w przypadku każdego skończonego indywiduum. Jednak nie potrafimy podać przykładu takiej niepoznawalnej prawdy, gdyż już sam akt przyznania statusu prawdziwości jakiemuś stwierdzeniu udaremnia jego niepoznawalność. Zdaniem Reschera, paradoks Fitcha jest jeszcze jednym argumentem za odrzuceniem Zasady Poznawalności (ZP).

Najbardziej klarownej i drobiazgowej analizy paradoksu Fitcha dostarcza obszerna praca Deana i Kurokawy (2010). Autorzy w przekonujący sposób argumentują, że możliwa jest taka interpretacja wnioskowania Fitcha, która nie prowadzi do jawnie fałszywej konkluzji na podstawie przesłanki (ZP), która nie może być uznana za fałszywą, chociaż, w ich opinii, może uchodzić za kontrowersyjną. Zasadniczą ideą tej pracy jest formalizacja argumentacji Fitcha w języku tzw. logiki dowodów – LP – w której dopuszcza się jako sensowne formuły typu:

$$t : \varphi,$$

których zamierzoną interpretacją jest: „ t jest dowodem φ ”. Autorzy wzbogacają język LP o formuły typu:

$$E(t),$$

interpretowane jako: „dowód denotowany przez t został skonstruowany”. Ponieważ przyjmują kwantyfikatorową wersję LP, więc tym samym jako sensowną przyjmowane są formuły postaci:

$$(\exists x)x : \varphi,$$

rozumiane jako: „istnieje x , takie że x jest dowodem φ ”. Sąd, który w języku LP jest podstawieniem w (ZP), ma postać:

$$(N) \quad (\exists y)y : [\psi \wedge (\forall x)[E(x) \rightarrow \neg x : \psi]]$$

i stwierdza, że istnieje dowód w LP sądu $\psi \wedge (\forall x)[E(x) \rightarrow \neg x : \psi]$. Sąd (N) prowadzi do następującego wniosku na gruncie LP:

$$(C) \quad \neg(\exists z)(E(z) \wedge z : (\psi \wedge (\forall x)[E(x) \rightarrow \neg x : \psi])),$$

który stwierdza, że nie istnieje dotychczas skonstruowany dowód tego, że $\psi \wedge (\forall x)[E(x) \rightarrow \neg x : \psi]$. (N) i (C) nie są sprzeczne, gdyż pojęcie dowodu występuje w nich w różnych znaczeniach. W (N) chodzi o dowód, który istnieje potencjalnie, natomiast w (C) występuje pojęcie dowodu skonstruowanego w określonym czasie przez kogoś. Jeśli zatem pojęcie wiedzy rozumiane jest w terminach dowodu zgodnie z warunkami podanymi poniżej:

- (1) A jest znane wtedy i tylko wtedy, gdy dowód A został skonstruowany,
- (2) A jest poznawalne wtedy i tylko wtedy, gdy dowód A istnieje,

to (ZP) w języku LP otrzyma formalizację:

$$(ZP') \quad \text{Dla wszystkich } A, A \rightarrow (\exists x)x : A.$$

Natomiast to, że istnieje nieznana prawda, będzie w języku LP formalizowane jako:

$$(NP.) \quad \text{Dla pewnego } B, B \wedge (\forall x)[E(x) \rightarrow \neg x : B],$$

co daje wyraz temu, że dowód B nie został skonstruowany. Autorzy konstruują model, w którym (ZP') i (NP.) są prawdziwe, wykazując tym samym ich niesprzeczność.

Warunki, jakie Dean i Kurokawa nakładają na pojęcie wiedzy, przesądzają o tym, że wiedza rozumiana jest przez nich w znacznie węższym znaczeniu niż na gruncie współczesnej epistemologii, a tym samym eksplikacja relacji, która zachodzi między prawdą a wiedzą, jaką autorzy proponują, nie jest eksplikacją, która wykluczałaby istnienie innych³. Celem naszym jest naszkicowanie takiej eksplikacji relacji między prawdą a wiedzą, w której wiedza rozumiana jest szerzej, niż pozwalają na to pojęcia skonstruowanego i potencjalnego dowodu.

2. Sądy nierozstrzygnięte

Jeśli zgodnie z (ZP) utrzymujemy, że nie ma niepoznawalnych prawd, to musimy odrzucić też istnienie prawd transcendentnych w stosunku do świadectw,

³ Przede wszystkim nie jest jasne to, jak pojęcia zdefiniowane w pracy Deana i Kurokawy odnoszą się do prawd empirycznych. Jak sami autorzy zauważają, „trudno jest przesądzić, czy [A jest znane wtedy i tylko wtedy, gdy dowód A został skonstruowany] mogłoby kiedykolwiek służyć jako baza dla analizy wiedzy, która pozostaje w zgodzie z codziennymi intuicjami” (184).

rozumianych jako wyniki obserwacji lub eksperymentu, gdyż przyjęcie takich prawd pociąga przyjęcie istnienia niepoznawalnych prawd. Semantyczny antyrealista, który odrzuca istnienie prawd transcendentnych w stosunku do świadectw, nie musi tym samym poświęcać uwagi wyjaśnieniu tego, jak takie prawdy transcendentne są rozumiane. Odróżnijmy dwie tezy:

(PT) Istnieją prawdy transcendentne w stosunku do świadectw,

(PW) Sądy oceniane są jako prawdziwe tylko na podstawie świadectw.

Pierwsza z tych tez jest wyrazem semantycznego realizmu, druga – weryfikacjonizmu. Dowód matematyczny może być przykładem świadectwa dla matematycznego sądu. Sądy matematyczne, empiryczne i wartościujące mają z reguły różne świadectwa, na podstawie których oceniane są jako prawdziwe. Przykładami prawd transcendentnych w stosunku do świadectw mogą być prawdy mistyczne, niedostępne ani percepcji, ani racjonalnej myśli, których źródłem jest mistyczne doświadczenie, zdobywane w wyniku duchowego treningu. Ich przekaz możliwy jest jedynie w języku poetyckim. Prawdy te nie spełniają warunku nakładanego na sądy przez weryfikacjonizm. Jeśli takie prawdy istnieją, to ich absolutność jest niezależna od świadectw. Inaczej jest w przypadku prawd, których prawdziwość uzależniamy od świadectw akceptowanych na gruncie nauki, takich jak doświadczenie zmysłowe. W jakim stosunku pozostają zdania ogólne do zdań, których prawdziwość gwarantuje doświadczenie zmysłowe, jest złożonym problemem, który zasługuje na odrębną analizę.

W przypadku sądów ocenianych jako prawdziwe na podstawie świadectw powstaje problem, jak pogodzić absolutność takich prawd z czasowością ich świadectw. Jeśli absolutność prawd, na przykład prawd matematycznych, wyraża się w ich prawdziwości bez początku i bez końca, to ich prawdziwość jest transcendentna w stosunku do świadectw, którymi jeszcze dla nich nie dysponujemy. Jak możemy argumentować za istnieniem takich prawd? Stanisław Leśniewski (1913) był przekonany, że za absolutnością prawd przemawia następujący argument. Załóżmy, że sąd „A jest B” oceniany jest jako prawdziwy w momencie czasu t oraz że sąd „A jest B” jest fałszywy, gdy oceniany jest w pewnym momencie t' wcześniejszym od t . Zatem w momencie t' prawdziwy jest sąd „A nie jest B”. Lecz jeśli „A jest B” jest prawdziwe w momencie t , to „A nie jest B” jest zawsze fałszywe na mocy prawa niesprzeczności. Tym samym „A nie jest B” jest fałszywe w momencie t' , co przeczy temu, że „A nie jest B” jest prawdziwe w momencie t' . W ten sposób Leśniewski pokazuje, że założenie stwierdzające, że prawda ma swój początek w czasie, prowadzi do sprzeczności. Zatem prawda jest nie tylko wieczna, lecz również odwieczna.

Czy argumentacja Leśniewskiego jest zarazem argumentacją na rzecz istnienia niepoznawalnych prawd? Leśniewski zwraca uwagę na dwie różne

rzeczy: na to, że (1) prawda jest absolutna oraz na to, że (2) nasza znajomość prawdy ma swój początek w czasie. Sądy, które dzisiaj nie są rozstrzygnięte, mogą być sądami absolutnie prawdziwymi lub sądami absolutnie fałszywymi. Przykłady takich sądów możemy czerpać z matematyki i nauk empirycznych, a nawet sądy mistyczne, jeśli przypiszemy im obiektywne warunki prawdziwości, mogą być sądami jeszcze nierozstrzygniętymi. Sądy nierozstrzygnięte należy odróżnić od sądów *nierozstrzygalnych*, których przykładem jest zdanie Gödla, czyli taki intuicyjnie prawdziwy sąd G , który nie posiada dowodu formalnego w teorii, jaką jest arytmetyka Peano (PA) i zarazem taki, którego negacja $\neg G$ nie posiada tego rodzaju dowodu⁴. Stwierdzenie nierozstrzygalności danego sądu wymaga dowodu niezupełności pokazującego brak wyprowadzalności takiego sądu oraz jego negacji z PA lub innej teorii zawierającej arytmetykę liczb naturalnych. Jeśli chodzi natomiast o sądy nierozstrzygnięte, to nie oczekujemy w ich przypadku podania takiego dowodu, lecz argumentu, który uzasadnia prawdziwość dotychczas nierozstrzygniętego sądu lub argumentu, który sąd ten odrzuca.

Niech N będzie sensownym sądem matematycznym nierozstrzygniętym w pewnym momencie t . Status epistemiczny takiego sądu pozwala na włączenie N do sądów, które nie są znane jako prawdziwe i zarazem nie są znane jako fałszywe w momencie t . Jednak status metafizyczny N jest, podobnie jak w przypadku sądów rozstrzygniętych, taki, że pozwala włączyć N do sądów absolutnie prawdziwych lub do absolutnie fałszywych. Tylko intuicjonista lub konstruktywista twierdzi, że status metafizyczny N jest taki, że nie możemy uznać podstawienia prawa wyłączonego środka $N \vee \neg N$ w momencie t . To prowadzi do takiej interpretacji na gruncie stanowiska intuicjonistycznego lub konstruktywistycznego, zgodnie z którą odmawiamy prawdziwości zarówno sądowi N , jak i jego negacji.

Sensowny sąd N , jeśli istnieje, jest na gruncie logiki klasycznej absolutnie prawdziwy (*resp.* fałszywy) w każdym momencie czasu t od swego zaistnienia, chociaż w pewnych momentach czasu jego wartość logiczna nie jest nam znana, gdyż klasa prawd jest zupełna w każdym momencie t , w przeciwieństwie do klasy twierdzeń, która z wyjątkiem bardzo słabych teorii, jest niezupełna. Tak na przykład każda hipoteza matematyczna, znana jako prawdziwa w momencie t' późniejszym niż t , jest prawdziwa w t , chociaż nie jest *znana* jako prawdziwa w momencie t . W tym sensie moglibyśmy mówić o prawdach różnych od prawd mistycznych, transcendentnych w stosunku do świadectw. Tak więc przykładami (PT) są sensowne sądy w momencie t , które są znane jako prawdziwe w momencie t' późniejszym niż t . Czy poza prawdami mistycznymi i sądami nierozstrzygniętymi, lecz zarazem takimi, o których z perspektywy

⁴ Przy założeniu, że pojęcie dowodu rozumiemy w znaczeniu podanym przez Hilberta.

czasu wiemy, że zostały rozstrzygnięte jako prawdziwe, są jeszcze jakieś inne przykłady prawd transcendentnych w stosunku do świadectw?

M. Dummett (2004) mówi o sądach empirycznych, które utraciły możliwość swego rozstrzygnięcia. Tym różnią się takie sądy empiryczne od sądów matematycznych, w przypadku których efektywna procedura ich rozstrzygnięcia jest zawsze dostępna. Natomiast w przypadku takiego empirycznego sądu jak na przykład: „Liczba ptaków, które przeleciały dzisiaj o godzinie 6 rano nad tym parkiem jest większa niż 10”, jeśli nie uczyniono odpowiednich obserwacji, nie posiadamy żadnych możliwości rozstrzygnięcia tego sądu w chwili późniejszej. Wiemy, że sąd ten posiada jedną z dwu wartości logicznych, lecz nie wiemy którą, a możliwość uzyskania tej wiedzy została utracona na zawsze. Czy jednak słusznie moglibyśmy powiedzieć o powyższym przykładzie, że jest *prawdą* transcendentną w stosunku do świadectw, nie znając wartości logicznej tego sądu? Podaje się też wiele innych przykładów sądów, które miałyby być przykładami *prawd* transcendentnych w stosunku do świadectw, a zatem prawd niepoznawalnych. Tak na przykład R. Routley (2010) odwołuje się do takich faktów świadczących o ograniczonych ludzkich możliwościach poznawczych jak brak wiedzy co do liczby molekuł w danym kawałku drewna, brak wiedzy co do liczby listków trawy na tym trawniku, brak wiedzy co do liczby jagód w pobliskim lesie itp. Dokładniej mówiąc, każdy z tych przykładów jest, w opinii Routleya, podstawą jakiejś nieznanej prawdy. Rozważmy jako przykład takiej „prawdy” sąd:

(N) Liczba molekuł w tym kawałku drewna wynosi $2,5 \times 10^{22}$.

W świetle naszej wcześniejszej dyskusji powiedzielibyśmy raczej, że mamy tu do czynienia nie z nieznaną prawdą, lecz z nierozstrzygniętym sądem, gdyż sąd ten może okazać się po bliższym zbadaniu fałszywy. Jest pewien problem, który wiąże się z tym, o czym mówi Routley. Pojęcie „ten kawałek drewna” nie jest w języku potocznym definiowane ze względu na zawartą w nim liczbę molekuł, a tym samym przypisanie takiej jednej liczby danemu kawałkowi drewna nie jest bardziej uzasadnione niż przypisanie temu samemu kawałkowi drewna liczby o 1 molekułę mniej lub o 1 molekułę więcej. Jednak w takich przypadkach wartość logiczna takiego sądu jak (N) sprowadzałaby się do wartości logicznej alternatywy, której człony przypisywałyby różne liczby molekuł dopuszczalne i równouprawnione przez warunki semantyczne, jakie nakładamy w języku potocznym na rozumienie terminu „ten kawałek drewna”. Zatem (N) nie jest sądem zasadniczo niedającym się rozstrzygnąć, lecz rozstrzygalnym z pewnym marginesem błędu.

Szczególny charakter ma prawda $p \wedge \neg Kp$, jeśli rozumiemy ją jako sąd, który stwierdza prawdziwość p i zarazem to, że nikt nie zna p . Prawda ta jest

prawdą transcendentną w stosunku do świadectw w tym sensie, że staje się sądem sprzecznym, jeśli p jest przez kogoś znane. Jest to zatem prawda, pod warunkiem, że sąd p jest niepoznawalny, lecz prawdziwy. Czy jednak sama możliwość logiczna skonstruowania takiego sądu przesądza o istnieniu niepoznawalnych prawd? Uznanie takich prawd jak $p \wedge \neg Kp$ wymaga wcześniejszego uznania istnienia prawd niepoznawalnych jako przesłanki. Wróćmy do tej sprawy nieco dalej.

Sądy matematyczne stwierdzają przysługiwanie pewnych bezczasowych własności lub relacji przedmiotom, które również mają charakter bezczasowy. Inaczej jest w przypadku sądów empirycznych, które dotyczą zdarzeń odbywających się w czasie. Ta różnica między sądami matematycznymi i empirycznymi pociąga różnicę między prawdziwością sądu matematycznego lub empirycznego a naszą wiedzą o tej prawdziwości. Zdefiniujemy w związku z tym następujące zależności:⁵

1. Jeśli KA w t^* , to $\exists t \forall t' (t < t^* \wedge t \leq t' \rightarrow A \text{ jest prawdziwe w } t')$.
2. Jeśli KA w t^* , to $\exists t \forall t' (t < t^* \wedge t \leq t' \rightarrow A \text{ jest prawdziwe w } t')$.
3. Jeśli $K\neg A$ w t^* , to $\exists t \forall t' (t < t^* \wedge t \leq t' \rightarrow \neg A \text{ jest prawdziwe w } t')$.
4. Jeśli $K\neg A$ w t^* , to $\exists t \forall t' (t < t^* \wedge t \leq t' \rightarrow \neg A \text{ jest prawdziwe w } t')$.
5. Jeśli $\neg KA$ i $\neg K\neg A$ w t^* , to $\exists t \forall t' (t^* < t \leq t' \rightarrow A \text{ jest rozstrzygnięte w } t')$.
6. Jeśli $\neg KA$ i $\neg K\neg A$ w t^* , to $\exists t \forall t' (t^* \leq t \leq t' \rightarrow A \text{ jest nierozstrzygnięte w } t')$.

Zależności te mówią o tym, jaką wartość logiczną ma dany sąd, jeśli jest on znany jako prawdziwy lub jeśli znany jest jako fałszywy, oraz wtedy, jeśli nie jest znany jako prawdziwy i nie jest znany jako fałszywy w chwili obecnej t^* . Jeśli znane są jako prawdziwe sądy o zdarzeniach empirycznych mających miejsce w czasie, to są one prawdziwe od momentu wystąpienia danego zdarzenia (punkt 2). Jeśli sądy tego rodzaju znane są jako fałszywe w pewnym momencie czasu, to są one fałszywe od tego momentu czasu (punkt 4). Z kolei jeśli sąd empiryczny o zdarzeniu mającym miejsce w pewnym momencie czasu nie jest znany jako prawdziwy i nie jest znany jako fałszywy, to pozostaje on nierozstrzygnięty w każdym momencie czasu (punkt 6). Nieco inaczej zależności te kształtują się w przypadku sądów matematycznych. Jeśli sąd taki znany jest jako prawdziwy, to jest on zawsze prawdziwy od momentu jego sformułowania (punkt 1), jeśli natomiast jest znany jako fałszywy, to jest zawsze fałszywy od momentu jego sformułowania (punkt 3). Z kolei możliwość rozstrzygnięcia takiego matematycznego sądu, który obecnie nie jest znany jako prawdziwy i nie jest znany jako fałszywy, zawsze istnieje w przyszłości (punkt 5).

⁵ Zakładamy, że czas ma strukturę liczb całkowitych z ich naturalnym porządkiem.

3. Wiedza i informacja

Wiedza i informacja nie muszą być utożsamiane. Nie wszystkie reguły wnioskowania dotyczące wiedzy muszą być zatem przenoszone na informację. W szczególności reguła prawdziwości wiedzy (RP) nie musi być regułą wnioskowania w przypadku informacji, chociaż nie sposób kwestionować jej słuszności w odniesieniu do wiedzy.

Uznanie $p \wedge \neg Kp$ wymaga uznania, że p jest niepoznawalną prawdą, a zatem wymaga założenia o istnieniu niepoznawalnych prawd. Jeśli w charakterze naszego wyjściowego założenia przyjmiemy sąd $K(p \wedge \neg Kp)$, to będzie on wyrażał to, że znamy niepoznawalną prawdę, przecząc tym samym zasadzie (ZP), gdyż sąd ten pociąga prawdziwość $p \wedge \neg Kp$. Założenie takie okazuje się jednak wewnątrznie sprzeczne na gruncie standardowej logiki epistemicznej, jak pokazuje to poniższy dowód:

- | | |
|--------------------------|-----------|
| 1. $K(p \wedge \neg Kp)$ | założenie |
| 2. Kp | RD: 1 |
| 3. $K\neg Kp$ | RD: 1 |
| 4. $\neg Kp$ | RP: 3 |
| Sprzeczność 2 i 4. | |

Sprzeczność otrzymana w tym dowodzie pozwala na przyjęcie negacji naszego założenia:

$$(*) \quad \neg K(p \wedge \neg Kp),$$

której intuicyjne znaczenie jest takie: nie jest znana niepoznawalna prawda, czyli *nikt nigdy nie zna prawdy, która przez nikogo nigdy nie jest poznana*. Otrzymaliśmy tym samym konkluzję, której intuicyjny sens jest inny niż sens konkluzji, jaką otrzymuje Routley w cytowanym wcześniej artykule⁶. Routley dowodzi twierdzenia, że istnieją niepoznawalne prawdy, które wyraża przy pomocy kwantyfikatora wiążącego zmienną zdaniową i operatora możliwości w następujący sposób:

$$(W) \quad (\exists p)(p \wedge \neg \Diamond Kp).$$

Jednak wniosek ten odwołuje się do założenia stwierdzającego istnienie niepoznawalnych prawd:

⁶ Routley 2010: 113–114.

(Z) $(\exists p)(p \wedge \neg Kp)$

jako do jednej z przesłanek prowadzących do wniosku (W), stwierdzającego istnienie niepoznawalnych prawd, wyrażonego przy pomocy operatora modalnego. Wydaje się jednak, że nie powinniśmy korzystać z założenia (Z), ponieważ nie jest z góry przesądzone to, że jego wartość logiczna jest wartością prawdy.

O ile wniosek Fitcha wydaje się intuicyjnie wątpliwy, ponieważ przy jednej ze swych możliwych interpretacji stwierdza, że wszystkie prawdy są znane, czyli że każda prawda jest lub będzie znana kiedyś przez kogoś, że osiągniemy stan, w którym sformułowanie nowej prawdy już nie będzie możliwe, dając tym samym wyraz ludzkiej wszechwiedzy, o tyle wniosek (*), będący negacją założenia 1 nie wzbudza naszych wątpliwości, a jego znaczenie wydaje się oczywiste. To, co wniosek (*) stwierdza, sprowadza się do tego, że nie jest w naszej mocy wskazanie prawdziwego i nieznanego nigdy nikomu sądu. Przy pewnej węższej interpretacji również wniosek Fitcha mówi to samo, ale dopuszcza też szersze interpretacje. Czasami zauważa się, że konkluzja paradoksu Fitcha przeczy powszechnemu odczuciu, że wiele prawdziwych sądów nigdy nie będzie znanych. Jednak w świetle tego, o czym mówiliśmy wcześniej, nie tyle chodzi tu o prawdziwe sądy, co raczej o sądy nierozstrzygnięte. Być może pewnego rodzaju paradoksalność zawarta jest w stwierdzeniu, że nie jest logicznie możliwe wskazanie prawdziwego i nieznanego nikomu sądu. Nasza konkluzja (*) przywodzi na myśl słynną odpowiedź Quine'a na pytanie „Co istnieje?” – Quine (1964) odpowiada „Wszystko”, ponieważ nie możemy niesprzecznie powiedzieć, że jest coś, co nie istnieje. Akceptujemy wniosek (*), który mówi, że nie jest znana niepoznawalna prawda, dlatego, że nie możemy niesprzecznie powiedzieć, że znamy niepoznawalną prawdę, a tym samym nie możemy niesprzecznie zaprzeczyć zasadzie (ZP) stanowiącej przesłankę wnioskowania Fitcha.

Wniosek (*) będzie obowiązywał przy określonym pojęciu wiedzy, w stosunku do którego obowiązują reguły inferencji, z jakich korzystaliśmy w naszym dowodzie. Jeśli jednak operator K będziemy rozumieli nie jako reprezentujący wiedzę, lecz *informację*, wtedy reguła prawdziwości wiedzy (RP) będzie musiała przestać obowiązywać. Odróżnijmy w związku z tym dwa operatory oznaczające wiedzę i informację, które będą denotowane odpowiednio jako K_1 i K_2 . Tak więc reguła (RP) przybierze teraz postać:

(RP) Jeśli $K_1 A$, to A.

Pozostaje więc rozważenie założenia w naszym dowodzie w zależności od tego, jakie znaczenie ma występujący w nim operator K. Dotychczas rozpatrywali-

śmy oba wystąpienia tego operatora jako oznaczające wiedzę. Weźmy teraz pod uwagę ten przypadek, kiedy w obu swych wystąpieniach operator K oznacza informację. Wtedy nasz dowód będzie następującym ciągiem formuł:

1. $K_2(p \wedge \neg K_2 p)$ założenie
2. $K_2 p$ RD: 1
3. $K_2 \neg K_2 p$ RD: 1

Nie otrzymujemy w tym dowodzie sprzeczności, ponieważ nie ma w tym przypadku zastosowania reguła (RP). Możemy więc zaakceptować założenie naszego dowodu, które stwierdza, że ktoś jest poinformowany o prawdzie, która nie jest informacją. Nasuwa się w związku z tym pytanie, czy istnieją prawdy, które nie są informacjami. Jeśli przyjmiemy, że prawdy logiczne są tego rodzaju prawdami, to nasze założenie nie musi być zawsze fałszywe.

Przyjmijmy teraz, że w założeniu naszego dowodu operator K posiada dwa różne wystąpienia. Jedna z możliwości przybierze następującą postać:

1. $K_1(p \wedge \neg K_2 p)$ założenie
2. $K_1 p$ RD: 1
3. $K_1 \neg K_2 p$ RD: 1
4. $\neg K_2 p$ RP: 3

Również w tym dowodzie nie otrzymujemy sprzeczności, a więc możemy zaakceptować jego założenie, którego intuicyjny sens sprowadza się do stwierdzenia: ktoś zna prawdę, która nie jest informacją. Podobnie jak poprzednio, prawdziwość takiego założenia uzależniamy od uznania prawd logicznych za prawdy, które nie dostarczają informacji.

Rozważmy na koniec następującą postać naszego dowodu:

1. $K_2(p \wedge \neg K_1 p)$ założenie
2. $K_2 p$ RD: 1
3. $K_2 \neg K_1 p$ RD: 1

Ten dowód również nie prowadzi do sprzeczności, więc możemy zaakceptować nasze założenie, którego sens intuicyjny moglibyśmy oddać słowami: ktoś jest poinformowany o prawdzie, która nie jest znana. Musimy w tym przypadku opatrzyć naszą parafrazę pewnym zastrzeżeniem. Jej sens pozostający w zgodzie z naszymi intuicjami byłby taki: ktoś jest poinformowany o prawdzie, której nie znał. Nie byłoby natomiast zgodne z naszymi intuicjami, gdybyśmy odczytali ją jako: ktoś jest poinformowany o prawdzie, której nikt nigdy nie zna.

4. Niepoznawalne prawdy są bytami iluzorycznymi

Pokazaliśmy różne „niestandardowe” interpretacje sądu, który prowadził do sprzeczności na gruncie tradycyjnej logiki epistemicznej. Każda z nich mogłaby zostać zaakceptowana jako interpretacja dopuszczalna. Największe trudności interpretacyjne wiążą się jednak z uznaniem wniosku (*). Pytanie o istnienie niepoznawalnych prawd odsyła do bardzo złożonej relacji, jaka zachodzi między prawdą a wiedzą. Wniosek (*) przy swym literalnym rozumieniu stwierdza, że nie jest logicznie możliwe wskazanie niepoznawalnych prawd, czyli prawd, które przez nikogo nigdy nie zostały poznane. W takim znaczeniu odpowiedź na pytanie postawione w tytule tego artykułu byłaby negatywna.

Nasuwa się jednak pytanie, czy jest jakiś sposób istnienia niepoznawalnych prawd niesprowadzalny do możliwości ich wskazania? Inaczej mówiąc, czy jest możliwe istnienie prawd bez jakiejkolwiek więzi kognitywnej, w najprostszym przypadku sprowadzającej się do więzi intencjonalnej z poznającym podmiotem? Czasami pojęcia „prawda” używa się zamiennie z pojęciem faktu, jak to często ma miejsce w pracy Reschera (2005). Na użytek naszych rozważań przyjmijmy inaczej: fakty będziemy odróżniali od prawd. Prawdy, w przeciwieństwie do faktów, nie mogą wykraczać poza ekspresywne możliwości naszego języka. Mówiąc o ekspresywnych możliwościach języka naturalnego, musimy mieć na uwadze to, że język taki ulega nieustannym przemianom, że w aktach komunikacyjnych stare terminy zastępowane są nowymi. Czy zatem te stwierdzenia prawdziwe, które pozostają w zasięgu ekspresywnych możliwości języka w danym momencie czasu i które tym samym mogłyby zostać sformułowane w danym języku, lecz których nikt nigdy nie sformułował, należałyby do zbioru niepoznawalnych prawd? W szczególności mogłyby do zbioru tego rodzaju stwierdzeń należeć wszystkie konsekwencje logiczne znanych prawd lub wszystkie możliwe podstawienia znanych prawd logicznych. Jeśli zgodzilibyśmy się odpowiedzieć twierdząco na powyższe pytanie, to niepoznawalnym prawdom nie mogłoby przysługiwać istnienie aktualne, lecz jedynie potencjalne. Jednak tego rodzaju odpowiedź pociąga kolejne pytanie: czy takie „potencjalne” prawdy zasługiwałyby na miano prawd, nie posiadając ani swego nośnika, ani aktu sądzenia, koniecznych atrybutów wypowiedzi formułowanych w języku naturalnym, którym może przysługiwać własność prawdy? Prawdy niepoznawalne, jako byty potencjalne, skłonni jesteśmy uważać za byty iluzoryczne. Inny status ontologiczny przysługuje potencjalnym prawdom i potencjalnym dowodom. Potencjalnych prawd, jako bytów, które nie pozostają w relacji kognitywnej z podmiotem, po prostu nie ma, natomiast dowody sformułowanych twierdzeń mogą istnieć potencjalnie. O takim potencjalnym istnieniu mogliśmy mówić na przykład w odniesieniu do dowodu twierdzenia Fermata, zanim został on skonstruowany. Natomiast prawdziwość twierdzenia

Fermata istniała od momentu jego sformułowania. Ktoś, kto argumentuje tak jak Leśniewski w przytoczonej wyżej pracy, mógłby upierać się przy tym, że twierdzenie Fermata zawsze było prawdziwe. Jednak takie sformułowanie nie wyraża naszej myśli dostatecznie jasno. Moglibyśmy powiedzieć co najwyżej tak: twierdzenie Fermata byłoby prawdziwe w dowolnie wcześniejszym czasie, gdyby ktoś żyjący w dowolnym czasie wcześniej sformułował twierdzenie identyczne z twierdzeniem Fermata.

Tym samym nasze rozróżnienia przesądzają negatywną odpowiedź na postawione wyżej pytania. Nie jest możliwe istnienie prawd bez jakiegokolwiek więzi kognitywnej z poznającym podmiotem. Nie jest tym samym możliwe istnienie niepoznawalnych prawd. To jednak ani nie zakłada, ani nie implikuje ludzkiej wszechwiedzy. Możemy sensownie i niesprzecnie twierdzić, że

- (1) Zasada (ZP) jest prawdziwa, bo nie istnieją niepoznawalne prawdy.
- (2) Nigdy nie będziemy mogli uznać tego, że znane są wszystkie prawdy.

Twierdzenie (1) ma charakter analityczny i jest wynikiem tego, jak rozumiemy pojęcie wiedzy i prawdy. Twierdzenie (2) jest sądem syntetycznym, zdającym sprawę z tego, że Uniwersum, jako źródło naszych prawd, jest nieskończone. To są zagadnienia, których pełniejsze ujęcie wykracza poza ramy tego artykułu.

5. Zasada (ZP) a zdania paradoksalne

Dużo uwagi poświęca się ostatnio w literaturze z zakresu filozofii analitycznej paradoksowi, który przypisywany jest Buridanowi, a który w literaturze anglojęzycznej nosi obecnie nazwę paradoksu „*no – no*”. Rozważmy dwa poniższe zdania:

1. Zdanie 2. jest fałszywe (tj. nie jest prawdziwe).
2. Zdanie 1. jest fałszywe (tj. nie jest prawdziwe).

Mogłoby się wydawać, że oba zdania powinny mieć tę samą wartość logiczną: albo oba powinny być prawdziwe, albo oba powinny być fałszywe. Jednak proste rozumowanie odwołujące się do Tarskiego konwencji T pokazuje, że nie możemy niesprzecnie przypisać tym zdaniom tej samej klasycznej wartości logicznej. Stąd wniosek, że zdania te muszą przyjmować różne wartości logiczne. Nie jest w tym miejscu przedmiotem naszej uwagi to, jakie powinno być poprawne rozwiązanie tego paradoksu, lecz to, jakie próbuje się z niego wyciągać konsekwencje natury filozoficznej. Tak na przykład R. Sorensen (2001) twierdzi, że paradoks ten, podobnie jak paradoksy związane z nieostrością pojęć, jest decydującym argumentem na rzecz tego, że istnieją *absolutnie niepoznawalne* prawdy. Zdania 1. i 2. posiadają bowiem jedną z dwu wartości logicznych, lecz

nie możemy wiedzieć, które z nich posiada którą z dwu wartości. Takie stanowisko, określane mianem *epistemicyzmu*, jest w świetle naszych wcześniejszych ustaleń błędne. Żadne ze zdań 1. i 2. nie może być w rozważanym tu sensie uznane za niepoznawalną prawdę, gdyż żadne z nich nie jest zdaniem rozstrzygniętym. Co więcej, na gruncie takiej analizy, która prowadzi do wniosku, że jedno z nich jest prawdziwe, a drugie fałszywe, możemy wnosić, że ich koniunkcja jest zawsze fałszywa, a tym samym mamy tu do czynienia nie z dwoma zdaniami o różnych wartościach logicznych, lecz z jednym zdaniem zawsze fałszywym. Nie wydaje się zatem, że paradoks „no – no” czy też starożytne soryty są wystarczającymi warunkami do zaakceptowania epistemicyzmu, ani też że są przekonującym argumentem na rzecz istnienia niepoznawalnych prawd⁷.

6. Diagnoza

Jakiej diagnozy możemy się spodziewać w stosunku do paradoksu Fitcha? Paradoksalność wnioskowania, które od zasady (ZP) prowadzi do wniosku, którego najbardziej narzucająca się interpretacja jest jawnie fałszywa, jest naszym zdaniem wynikiem nietrafnej formalizacji zasady (ZP) w języku tradycyjnej logiki modalnej z operatorem możliwości i operatorem wiedzy. Najprostszą formalizacją zasady (ZP) byłaby formalizacja w języku logiki kwantyfikatorów 1. rzędu, w której kwantyfikatory wiążą zmienne dwójakiego rodzaju: zmienne, których podstawieniami są nazwy indywiduowe sądów, oraz zmienne, których podstawieniami są nazwy indywiduowe momentów lub przedziałów czasowych. Niech zmienne pierwszego rodzaju będą symbolizowane przez litery z początku alfabetu: a, b, c,..., natomiast zmienne drugiego rodzaju będą symbolizowane przez: t, t', t'',...; wtedy (ZP) otrzyma następującą formalizację:

$$(ZP) \quad \forall a[P(a) \rightarrow \exists t(M(t) \wedge K(a, t))],$$

gdzie: $P(a)$ = a jest sądem prawdziwym;

$M(t)$ = t jest momentem czasowym;

$K(a, t)$ = sąd a jest znany w momencie t.

Odpowiednikiem zdania $p \wedge \neg Kp$ będzie przy tej formalizacji następująca formuła:

$$P(b) \wedge \forall t[M(t) \rightarrow \neg K(b, t)],$$

której podstawienie w (ZP) nie prowadzi do sprzeczności.

⁷ Szczegółową analizę paradoksów związanych z nieostrością pojęć (sorytów), która ani nie pociąga, ani nie sugeruje epistemicyzmu, można prześledzić w pracy: Misiuna 2010.

Ten sam formalizm pozwala na wyrażenie w sposób niesprzeczny z (ZP) tezy będącej zaprzeczeniem konkluzji paradoksu Fitcha, a mianowicie tego, że *nigdy nie będą znane wszystkie prawdy*. Oznaczmy tę tezę przez (NO):

$$(NO) \quad \neg \exists t [M(t) \wedge \forall a (P(a) \rightarrow K(a, t))].$$

Stanowisko konstruktywistyczne, na co zwraca uwagę Dummett, odrzuca to, że istnieją prawdziwe sądy, które są niepoznawalne ze swej istoty. Nasze stanowisko, które odwołuje się do logiki klasycznej, zakłada istnienie sądów nierozstrzygniętych w dwojakim sensie, takich które nie mają już możliwości bycia rozstrzygniętymi, jak w przypadku sądów o zdarzeniach minionych, oraz takich, których możliwość rozstrzygnięcia pozostaje otwarta, jak w przypadku sądów matematycznych⁸. W obu przypadkach są to sądy nieznane co do swej wartości logicznej, ale w żadnym przypadku nie są to *prawdy* nieznane lub niepoznawalne. Argument Fitcha przestaje mieć charakter paradoksalny, jeśli wyjściową przesłankę, sformułowaną przy pomocy operatora modalnego, na wyrażenie tego, że wszystkie prawdy są poznawalne, zastąpimy sądem $p \rightarrow \neg \neg Kp$, interpretowanym konstruktywistycznie. Jednak również w swej postaci odwołującej się do klasycznego rozumienia stałych logicznych argument Fitcha może być interpretowany w sposób, który nie przecząc naszym intuicjom, odślania przed nami *prawdę* o nieistnieniu niepoznawalnych prawd.

Bibliografia

- Dean W., Kurokawa H. (2010), „From the Knowability Paradox to the Existence of Proofs”, „Synthese” 176, s. 177–225.
- Dummett M. (2004), *Truth and the Past*, New York: Columbia University Press.
- Dummett M. (2009), „Fitch’s Paradox of Knowability”, w: *New Essays on the Knowability Paradox*, ed. J. Salerno, Oxford: Oxford University Press.
- Fitch F. (1963). „A Logical Analysis of Some Value Concepts”, „Journal of Symbolic Logic” 28, s. 135–142.
- Horsten L. (2009), „An argument concerning the unknowable”, „Analysis” 69, s. 240–242.
- Leśniewski S. (1913), „Czy prawda jest tylko wieczna, czy też wieczna i odwieczna?”, „Nowe Tory” VIII, 10, 493–528. Przekład angielski w: *Stanisław Leśniewski Collected Works*, vol. 1, ed. J. Surma *et al.* (1992), Dordrecht: Kluwer.

⁸ Nie wyczerpuje to oczywiście wszystkich przykładów sądów nierozstrzygniętych. Pomiemy bowiem sądy odnoszące się do wydarzeń przyszłych i wiele innych, które również mogą mieć epistemiczny status sądów nierozstrzygniętych.

- Misiuna K. (2010), „A Certain Consequence Relation for Solving Paradoxes of Vagueness”, „Logique et Analyse” 53, s. 25–50.
- Proietti C. (2011), „Intuitionistic Epistemic Logic, Kripke Models and Fitch’s Paradox”, „The Journal of Philosophical Logic” (wersja elektroniczna dostępna na stronie pisma).
- Quine W.V.O. (1964), *From a Logical Point of View*, Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Rescher N. (2005), *Epistemic Logic. A Survey of the Logic of Knowledge*, Pittsburgh: University of Pittsburgh Press.
- Routley R. (2010), „Necessary Limits to Knowledge: Unknowable Truths”, „Synthese” 173, s. 107–122.
- Salerno J. (2009), *New Essays on the Knowability Paradox*, Oxford: Oxford University Press.
- Sorensen R. (2001), *Vagueness and Contradiction*, Oxford: Clarendon Press.
- Tennant N. (1997), *The Taming of the True*, Oxford: Clarendon Press.
- Tennant N. (2009), „Revamping the Restriction Strategy”, w: *New Essays on the Knowability Paradox*, ed. J. Salerno, Oxford: Oxford University Press.
- Tennant N. (2010), „Williamson’s Woes”, „Synthese” 173, s. 9–23.
- Williamson T. (1988), „Knowability and Constructivism”, „The Philosophical Quarterly” 38, s. 422–432.

Streszczenie

Zasada Poznawalności (ZP), która jest przesłanką w argumencie Fitcha, głosi, że każda prawda jest poznawalna. Proste reguły klasyczne i epistemiczne prowadzą do konkluzji stwierdzającej, że każda prawda jest znana, a zatem do konkluzji jawnie fałszywej. Przytaczam różne wcześniejsze interpretacje paradoksu Fitcha i argumentuję na rzecz takiej interpretacji, przy której (ZP) jest prawdziwa i zarazem nie prowadzi do fałszywej konkluzji. Argumentując na rzecz (ZP), rozważam przykłady prawd transcendentnych w stosunku do świadectw będących ich uzasadnieniem. Wśród tego rodzaju prawd najbardziej kłopotliwy okazuje się sąd $p \wedge \neg Kp$, który staje się sądem sprzecznym, jeśli sąd p jest znany. Jednak istnienie takiego sądu nie stanowi przekonującego argumentu na rzecz istnienia niepoznawalnych prawd, lecz na rzecz twierdzenia, które mówi, że nie jest znany sąd tego rodzaju, twierdzenia, które może być interpretowane niesprzecznie w terminach informacji lub w terminach wiedzy w taki sposób, który broni (ZP). Proponuję formalizację paradoksu Fitcha w dwusortowym języku logiki pierwszego rzędu, przy której prawdziwa (ZP) nie prowadzi do fałszywej konkluzji stwierdzającej ludzką wszechwiedzę.