Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria
R. 20: 2011, Nr 3 (79), ISSN 1230–1493

Recenzje DZIAL

W świecie robotów i teologów – pokusy matematyki

AUTOR

TYTUL

Stanisław Krajewski, *Czy matematyka jest nauką humanistyczną*?, Copernicus Center Press, Kraków 2011

Recenzowana książka to zbiór dziewięciu tekstów dotyczących rozmaitych kwestii związanych z filozofią matematyki. Mimo różnorodności i pewnej niejednolitości tematycznej tworzą one całość, która ma prowadzić do odpowiedzi na tytułowe pytanie. Niektóre z zamieszczonych w książce tekstów były już publikowane, zostały jednak przeredagowane, niekiedy rozszerzone, czasem skrócone. W rezultacie otrzymaliśmy zgrabną całość.

Motywem, który przewija się we wszystkich niemal tekstach recenzowanej książki jest twierdzenie Gödla o niezupełności – należące do najważniejszych wyników logiki matematycznej i podstaw matematyki, a przy tym mające daleko idące konsekwencje dla filozofii. Stanisław Krajewski jest znanym specjalistą w tej dziedzinie, autorem ważnej monografii *Twierdzenie Gödla i jego interpretacje filozoficzne: od mechanicyzmu do postmodernizmu* (Instytut Filozofii i Socjologii PAN, Warszawa 2006). Szereg fragmentów omawianej książki nawiązuje zresztą do tej pozycji.

Innym powracającym na kartach książki motywem jest rola komputerów, zarówno w matematyce, jak i poza nią. Wynika to z faktu, że komputery stanowią nie tylko techniczną i cywilizacyjną nowość, ale są też w pewnym sensie nowością pojęciową.

Po tym ogólnym wstępie omówię teraz pokrótce poszczególne rozdziały recenzowanego tomu.

Otwiera go rozdział „Emergencja w matematyce?". Wychodząc od pojęcia emergencji w odniesieniu do świata fizycznego, gdzie oznacza ono komplikację struktury, powodującą pojawienie się nowych cech, autor próbuje odnieść je do matematyki. Dochodzi do wniosku, że w tym kontekście sensowna wydaje się subiektywna definicja emergencji. Za konieczne warunki pojawienia się emergencji uznaje nieoczekiwane, zaskakujące własności i nieusuwalność tego zaskoczenia. Zastanawia się, czy są to także warunki dostateczne. Ilustruje swoje tezy przykładami z historii matematyki i logiki. Mówi więc o fraktalach, o matematyce chaosu deterministycznego, o modelach niestandardowych wykorzystywanych w rozmaitych kontekstach w badaniu podstaw teorii matematycznych. Rozważa też z tego punktu widzenia wyniki Gödla o niezupełności.

Te ostatnie są głównym tematem kolejnego rozdziału zatytułowanego „Atrakcyjność twierdzenia Gödla", poświęconego wykorzystywaniu tego twierdzenia w rozmaitych rozważaniach filozoficznych na temat granic poznania, języka czy ograniczeń umysłu. Rozważa się więc tu w szczególności następujące popularne, atrakcyjnie brzmiące tezy, mające rzekomo wynikać z twierdzeń o niezupełności, by je następnie skorygować i pokazać, co z twierdzeń Gödla wynika naprawdę: (1) prawda jest nieuchwytna; istnieją prawdy niedowodliwe; (2) niezgodne wzajemnie są niesprzeczność i zupełność; (3) istnieją zdania, o których można dowieść, że nie są ani dowodliwe, ani obalalne; (4) nie wystarcza podejście formalne, językowe, ścisłe; potrzebna jest intuicja, wiara; (5) niezbędne jest wychodzenie poza system, do metasystemu, konieczność rozróżnienia poziomów opisu; (6) metoda arytmetyzacji umożliwia pokazanie niezupełności różnego typu teorii; (7) antynomie, a szczególnie samozwrotność, to centralny element rozumowania Gödla.

Twierdzenie Gödla wykorzystuje Krajewski także w zamieszczonych w rozdziale 3 uwagach do artykułów Witolda Marciszewskiego o nowoczesnym racjonalizmie. Można je streścić słowami autora tak: „[W] zasadzie zgadzam się, ale zarazem odczuwam niedosyt, bo natura wiedzy apriorycznej wydaje mi się mniej oczywista, niż zdają się to wyrażać jego [tzn. Marciszewskiego] artykuły" (s. 33). Autor przeciwstawia się w szczególności tezie „o braku jakichkolwiek nieempirycznych przesłanek w uzasadnianiu aksjomatów arytmetycznych" (s. 42). Uznaje taką tezę za zbyt radykalną i niewystarczająco głęboką – opiera tę opinię m.in. na tym, że twierdzenie Gödla pokazało, iż nie da się zdefiniować (w sposób skończony) liczb naturalnych, a zatem albo mamy do czynienia z tym, że pojęcie liczby naturalnej jest wrodzone, albo trzeba przyjąć, że intuicja liczby pojawia się „w procesie dorastania i interakcji ze światem" (s. 41), a więc pojawia się tu doświadczenie (niekoniecznie rozumiane czysto empirycznie).

Z problematyką racjonalizmu i kwestią tego, czy tezy matematyki są prawdami apriorycznymi, mamy też do czynienia w rozdziale 5, w którym dyskutuje się słynną tezę Churcha-Turinga. Jest to zdanie głoszące, że klasa funkcji obliczalnych dowolnymi efektywnymi metodami pokrywa się z klasą funkcji rekurencyjnych. Wynika stąd równość ekstensji dwóch jakościowo różnych pojęć: z jednej strony mamy bowiem nieprecyzyjne i intuicyjne pojęcie obliczalności definiowane w języku potocznym, a z drugiej precyzyjne pojęcie rekurencyjności dobrze określone na gruncie logiki matematycznej.

Jaki więc charakter, jaki status epistemologiczny ma teza Churcha-Turinga? Autor prezentuje i dyskutuje rozmaite koncepcje, które pojawiły się w tym zakresie w historii, a kończy wnioskiem głoszącym, że: „[p]ojęcie obliczalności wydaje się bardzo bliskie codziennych intuicji, potocznej empirii, a praca matematyczna dotycząca różnych formalizacji została dawno wykonana i jest szeroko znana, niemniej jednak specyfika Tezy Churcha pozostaje trudna do wyjaśnienia” (s. 76).

Rozdziały 4 i 6 recenzowanej książki poświęcone są roli komputerów w matematyce i poza nią, w szczególności ich wpływowi na pewne kwestie natury filozoficznej. Autor twierdzi, że z powodu rozwoju komputerów filozofia znalazła się w nowej sytuacji. Chodzi tu przede wszystkim o problemy filozofii umysłu oraz o kwestię sztucznej inteligencji. W rozdziale 4 „Jak wzmocnić test Turinga?” Krajewski zastanawia się, jak należałoby wzmocnić słynny, zaproponowany w roku 1950, sposób określenia zdolności maszyny do posługiwania się językiem naturalnym i pośrednio mający dowodzić opanowania przez nią umiejętności myślenia na wzór podobny do ludzkiego. Miał on pomóc odpowiedzieć na pytanie, czy maszyna (komputer) myśli, a więc na podstawowe pytanie sztucznej inteligencji. Krajewski proponuje, by uwzględnić tu pewne idee podnoszone przez postmodernizm, jak i filozofię dialogu i formułuje „*ostateczne* wzmocnienie testu Turinga” w postaci tezy: „roboty będą miały (w praktyce) ludzkie cechy, jeśli potrafią wychować człowieka od niemowlęcia (a nawet począwszy od sztucznej macicy) do dorosłości i w rezultacie otrzymamy człowieka, który jest w miarę normalny” (s. 55–56). W stosownej tabeli autor podaje elementy wzmocnienia testu Turinga, dodając, że „na razie nie wskazują [one] na osiągnięcie udanego, czyli naprawdę mylącego nas naśladowania cech ludzkich, a tym bardziej człowieczeństwa, ale wskazują, jakie kryteria mogliby próbować spełnić konstruktorzy AI [= *artificial intelligence*, czyli sztucznej inteligencji – R.M.]” (s. 56).

Rozdział 6 „Neopitagoreizm współczesny: uwagi o żywotności pitagoreizmu” traktuje o sposobach pojawiania się we współczesnym myśleniu wątków pitagorejskich, za jakie Krajewski uznaje rolę matematyki w rozumieniu świata przyrody oraz rolę komputerów w nauce i życiu. Pierwszy z nich, związany z tezą o matematyczności świata, dyskutowany jest od dawna. Drugi jest raczej nowszy. Dzięki dygitalizacji i technice arytmetyzacji „każdy problem matematyzowalny da się reprezentować jako zagadnienie dotyczące liczb naturalnych” (s. 83). Problem rozstrzygalności i prawdziwości sprowadza się do pytania o istnienie liczby o określonych własnościach. „To jest zaiste nowy neopitagoreizm” – twierdzi Krajewski. Trzeba być tu jednak ostrożnym, bowiem „[n]awet w strukturach dyskretnych sam kod nie oznacza jeszcze znajomości zakodowanej treści. Nawet odkodowanie nie zapewnia zrozumienia” (s. 84). Ten neopitagoreizm jest pogłębiany przez coraz szersze stosowanie komputerów. Wiele zjawisk można symulować na komputerze, świat może nam się jawić jako gigantyczny komputer. Stąd już blisko do tezy o nieodróżnialności świata rzeczywistego od imitacji komputerowej oraz do „cybertotalizmu” – wyjaśniania świata w duchu komputerowym. To zaś oznaczałoby zwycięstwo pitagoreizmu – już nie matematyka jako całość, ale arytmetyka, czyli liczby i operacje na nich, stawałyby się kluczem do zrozumienia świata.

Z rolą matematyki w poznawaniu świata związane są też rozważania zawarte w rozdziale 7, zatytułowanym „Matematyzm”. Termin ten ma oznaczać przekonanie, że matematyka daje właściwe metody poznawania rzeczywistości oraz wiarę, że im bardziej matematyczne jest dane ujęcie, tym jest lepsze. Tendencje takie pojawiały się w filozofii od dawna, dość wspomnieć tu choćby Kartezjusza czy słynne „cum Deus calculat et cogitationem excercet, fit mundus” Leibniza. Matematyzm występował jednak także w roli negatywnej. Krajewski wymienia następujące cechy takiego negatywnie widzianego matematyzmu: upiększanie wywodu wstawkami matematycznymi, by sprawić wrażenie ścisłości, niepotrzebne i zwodnicze w istocie stosowanie matematyki, manowce astrologii i numerologii, odrzucanie tego, co nie da się wyrazić matematycznie, odrzucanie racjonalizmu jako tezy, że wszystko da się wyrazić matematycznie. Autor proponuje, by ujmować matematyzm przez analogię ze słowem „scjentyzm” i traktować nie tylko jako opis, ale jako ideologię. Zauważa też, że o matematyzmie można mówić nie tylko w odniesieniu do nauki, do prób wyjaśniania świata, ale i w sztukach plastycznych, muzyce czy w literaturze.

Bardzo interesujący jest rozdział 8 recenzowanej książki (nigdzie dotąd niepublikowany), poświęcony związkom między matematyką i teologią. Zestawienie tych, zdawałoby się, zupełnie odmiennych dziedzin autor wyjaśnia m.in. tym, że „matematycy używają terminów pochodzących z teologii”, „wielu matematyków miewa ciągotki teologiczne”, „istnieją próby stosowania matematyki do teologii” i wreszcie „wspólne dla obu dziedzin jest pojęcie nieskończoności” (s. 105). Pierwsze z wymienionych zjawisk jest, zdaniem autora, niczym więcej jak „bardzo luźną metaforą”. Rozważając przykłady Pascala, Leibniza, Cantora i Gödla, Krajewski dochodzi do wniosku, że „[o] ile używanie terminów teologicznych przez matematyków nie powinno być lekceważone, o tyle bezpośrednie używanie przez nich matematyki na potrzeby teologii nie wydaje się istotnym do niej wkładem” (s. 114). Podobnie jest też, jego zdaniem, ze współczesnymi próbami stosowania matematyki w teologii – uzasadnia tę tezę przykładami: Martina Bubera – którego rozważania o Bogu jako konsekwencji, tle czy podtekście relacji międzyludzkich można wyrazić w języku geometrii rzutowej, Józefa Życińskiego – używającego arytmetyki liczb kardynalnych do obrony koncepcji Trójcy Świętej, czy Jamesa Millera – wykorzystującego rozkład normalny Gaussa. Powstaje pytanie, czy takie rozważania dostarczają modeli matematycznych dla teologii (jak to jest w naukach ścisłych i przyrodniczych), czy jedynie zgrabnych metafor. Szansę udanego łączenia matematyki i teologii dostrzega Krajewski nie w budowaniu modeli matematycznych czy szukaniu wspólnego przedmiotu badań, ale „w snuciu analogii między sposobem funkcjonowania matematyki a sposobem funkcjonowania teologii, a właściwie religii" (s. 122). Zwraca też uwagę na „religijny" w istocie charakter sporów w filozofii matematyki.

W ten sposób dochodzimy do ostatniego rozdziału tomu, w którym stawia się tytułowe pytanie: „Czy matematyka jest nauką humanistyczną?" Autor zestawia tu z jednej strony tradycyjną wizję matematyki, jako nauki, której cechami wyróżniającymi są ścisłość, abstrakcyjność, pewność, ogólność, ostateczność i niepodważalność wyników, a także ich kumulacja czy wreszcie metoda aksjomatyczna i dowody, oraz – z drugiej – nową wizję, wiązaną głównie z nazwiskiem Imre Lakatosa, która podważa każdą niemal z wymienionych cech. Wizja ta akcentuje to, że jeśli wziąć pod uwagę nie tylko gotowe teorie matematyczne, ale pracę badawczą matematyków, to matematyka zbliża się do innych dziedzin aktywności ludzkiej, w szczególności do pozostałych nauk, w tym do nauk humanistycznych. Podkreśla to jeszcze uwzględnienie kontekstu historycznego i kulturowego matematyki. Blisko już stąd do postmodernizmu. Autor kończy swe rozważania stwierdzeniem, że nie można wprawdzie uznać matematyki za naukę humanistyczną, niemniej jednak „jesteśmy coraz bardziej świadomi, że matematyka w o wiele większej mierze, niż to się większości z nas wydaje, ma cechy kojarzone zwykle z humanistyką" (s. 143).

Tyle treść i główne tezy książki. Napisana jest ona jasnym i ładnym językiem[1], przedstawia trudne problemy w sposób zrozumiały, a przy tym ścisły. Dostrzec można wielką erudycję autora i jego podwójną kompetencję: orientując się znakomicie w skomplikowanych kwestiach logiki i matematyki, potrafi ze swobodą poruszać się po ścieżkach filozofii i teologii. Unika w ten sposób bałamutnych tez zdradzających powierzchowność i brak wiedzy logicznej i matematycznej – co niestety nierzadko widać w rozważaniach z filozofii matematyki. Książka została przy tym ładnie wydana w nowej i obiecującej serii przez Copernicus Center. Wpisuje się znakomicie w nurt wielce potrzebnych badań interdyscyplinarnych prowadzonych przez Centrum Kopernika przy Uniwersytecie Jagiellońskim i Uniwersytecie Papieskim Jana Pawła II.

Roman Murawski

---

[1] Opinii tej nie zmienia fakt, że nie zgadzam się z autorem w kwestii odmiany nazwisk pochodzenia włoskiego. Zamiast stosowanych przez niego form „Peany" czy „Zermeli", wolę „Peana" i „Zermela"! Por. w tej kwestii artykuł T. Batoga „W sprawie Zermela", *Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Seria II: Wiadomości Matematyczne* XXXVIII (2002), s. 241–243.