Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria
R. 21: 2012, Nr 3 (83), ISSN 1230–1493
DOI: 10.2478/v10271-012-0062-x

Eugeniusz Wojciechowski

Klasyczny rachunek zdań w semantycznie przejrzystym sformułowaniu

Słowa kluczowe: *klasyczny rachunek zdań, semantycznie przejrzyste sformułowanie, notacja listowa, idiograficzna notacja Leśniewskiego*

Gottlob Frege w szkicu zatytułowanym *Wprowadzenie do logiki* (Frege 1973: 77) pisał:

> Wenn man zwei Gedanken hat, so sind nur vier Fälle möglich:
> 1. der erste ist wahr und desgleichen der zweite;
> 2. der erste ist wahr, der zweite ist falsch;
> 3. der erste ist falsch, der zweite ist wahr;
> 4. beide sind falsch.

Termin *myśl* (*Gedanke*) jest terminem specyficznym Fregego. Fragment ten możemy przetłumaczyć następująco:

> Jeżeli ma się dwa zdania, to są tylko cztery przypadki możliwe:
> 1. pierwsze jest prawdziwe i tak samo drugie;
> 2. pierwsze jest prawdziwe, drugie fałszywe;
> 3. pierwsze jest fałszywe, drugie prawdziwe;
> 4. obydwa są fałszywe.

Jeśli użyć wyrażeń „1*p*" i „0*p*" jako skrótów odpowiednio dla: „*p* jest prawdziwe" i „*p* jest fałszywe", to treść tego fragmentu da się ująć krótko tak:

> Jeżeli mamy dwa zdania *p* i *q*, to są możliwe tylko cztery przypadki (stosunków semantycznych) między nimi:
> 1*p* i 1*q*
> 1*p* i 0*q*

0*p* i 1*q*
0*p* i 0*q*

1 i 0 funkcjonują tu w roli funktorów (o kategorii *s*/*s*)[1].

1. Idea

Zaproponujemy pewną konstrukcję, będącą sformułowaniem klasycznego rachunku zdań, w którym dana przez Fregego powyższa semantyczna charakterystyka par zdań jest obecna. Zwroty: „*p jest-prawdziwe-i q jest-prawdziwe*", „*p jest-fałszywe-i q jest-prawdziwe*", „*p jest-prawdziwe-i q jest-fałszywe*" oraz „*p jest-fałszywe-i q jest-fałszywe*" traktujemy jako bazowe funktory dwuargumentowe. Są one logicznie analizowalne. Przy ich pomocy można w naturalny sposób zdefiniować pozostałe funktory dwuargumentowe. Dla semantycznej przejrzystości tych definicji posłużymy się *notacją listową*.

2. System

Słownik. Na słownik języka klasycznego rachunku zdań w semantycznie przejrzystym sformułowaniu (**KRZ***) składają się:

1. zmienne zdaniowe – *p*, *q*, *r*
2. funktory:
   ~ – kategorii – *s*/*s*
   0, / – kategorii – *s*/*ss*
   11, 01, 10, 00 – kategorii – *s*/*ss*

Pojęcie formuły tego języka jest zdefiniowane w sposób standardowy.
Zdania elementarne ze specyficznymi funktorami 11, 01, 10 i 00 są tu czytane odpowiednio:

*p*11*q*	*p jest-prawdziwe-i q jest-prawdziwe*
*p*01*q*	*p jest-fałszywe-i q jest-prawdziwe*
*p*10*q*	*p jest-prawdziwe-i q jest-fałszywe*
*p*00*q*	*p jest-fałszywe-i q jest-fałszywe*

[1] W literaturze logicznej 1 i 0 są używane zwykle w roli stałych logicznych czytanych „*prawda*" i „*fałsz*", pojawiających się w semantycznej charakterystyce funktorów logicznych poprzez tzw. *matryce logiczne* oraz w związanej bezpośrednio z tym *metodzie zero-jedynkowej*, służącej do rozstrzygania, czy dana formuła rachunku zdań jest jego tautologią. Użycie tych samych symboli w roli funktorów jest w tym tekście zamierzone. Z uwagi na rozpowszechnioną znajomość metody zero-jedynkowej, pojawiające się tu asocjacje są pożądane – pełnią tu rolę mnemotechniczną.

Regułami pierwotnymi są tu: reguła podstawiania (za zmienne zdaniowe), reguła zastępowania definicyjnego oraz reguły *opuszczania* (OK) i *wprowadzania koniunkcji* (IK). Te dwie ostatnie mają postać:

OK α/β / α $\quad$ α/β / β
IK α,β / α/β

Wprowadzimy definicyjnie funktory *jest-prawdziwe* i *jest-fałszywe*:

D1 $1p \equiv p$ $\quad$ *p jest-prawdziwe*
D0 $0p \equiv {\sim}p$ $\quad$ *p jest-fałszywe*

Definicyjnie wprowadzimy też dwie stałe:

D⊤ $\top \equiv p0{\sim}p$ $\quad$ *prawda/tautologia*
D⊥ $\bot \equiv p/{\sim}p$ $\quad$ *fałsz/kontrtautologia/sprzeczność*

Przyjmiemy ponadto reguły *opuszczania* i *wprowadzania* dla *bazowych funktorów binarnych*:

OF $p\varphi\psi q$ / $\varphi p/\psi q$
IF $\varphi p/\psi q$ / $p\varphi\psi q$

dla φ,ψd$\{1,0\}$.
Posługiwać się tu będziemy listową konwencją notacyjną, którą wprowadzimy przy pomocy dwóch reguł: *opuszczania* i *wprowadzania wyrażeń listowych* (podobnie jak w: Wojciechowski 2010: 251):

OL $p[a_1,\ldots,a_n]q$ / $pa_1q0\ldots0pa_nq$
IL $pa_1q0\ldots0pa_nq$ / $p[a_1,a_2,\ldots,a_n]q$

dla $a_1,\ldots,a_n$d$\{11,01,10,00\}$ oraz n # 4.
Przyjmiemy również trójczłonową *regułę cięcia*:

RC $p[\mathrm{X},\varphi\psi,\mathrm{Y}]q/\chi p$ / $p[\mathrm{X},\mathrm{Y}]q$ $\quad$ dla $\varphi\chi$d$\{10,01\}$
$p[\mathrm{X},\varphi\psi,\mathrm{Y}]q/\omega q$ / $p[\mathrm{X},\mathrm{Y}]q$ $\quad$ dla $\psi\omega$d$\{10,01\}$
$p[\,]q$ / $\bot$

dla X, Y będącymi (pustymi lub niepustymi) sekwencjami elementów zbioru $\{11,01,10,00\}$.

Zgodnie z pierwszym członem tej reguły (przy jej dwukrotnym zastosowaniu), z formuły $p[11,01,00]q/1p$ otrzymujemy $p[11]q$. Z kolei na mocy (również dwukrotnego) użycia drugiego członu tej reguły, z $p[11,01,00]q/0q$ otrzymujemy – $p[00]q$.

W przypadku trzecim tej formuły, jeśli żaden specyficzny funktor binarny nie wiąże p i q (co jest symbolizowane pustą listą tych funktorów), to z formuły $p[]q$ uzyskujemy sprzeczność.

Wtórną regułą tego typu, którą będziemy tak samo oznaczali, jest:

$p[X,\varphi\psi,Y]q/p\chi\omega q$ / $p[X,Y]q$ dla $\varphi\chi$d$\{10,01\}$
$p[X,\varphi\psi,Y]q/p\chi\omega q$ / $p[X,Y]q$ dla $\psi\omega$d$\{10,01\}$

Definicyjnie wprowadzimy funktory implikacji, równoważności i obustronnego verum:

DC $p \rightarrow q \equiv p[11,01,00]q$
DE $p \leftrightarrow q \equiv p[11,00]q$
DV $p\mathrm{V}q \equiv p[11,01,10,00]q$

Technika dowodzenia. Podobnie jak w standardowych ujęciach klasycznego rachunku zdań (**KRZ**), stosować będziemy dowody następujących typów: dowód zwykły wprost, dowód zwykły nie wprost, dowód założeniowy wprost i dowód założeniowy nie wprost. Używać będziemy uproszczonych zapisów tych dowodów.

Dowód zwykły wprost. Zwykłe dowody typu wprost będziemy zapisywali krócej, zgodnie ze schematem:

1T $\leftrightarrow$ *dowodzona teza*
$\vdots$
$\top$

gdzie w pierwszej linii T oznacza dowodzoną tezę, a *dowodzona teza* oznacza jej zapis symboliczny. Po przekształceniach prawej strony, które polegają na tym, że następne wiersze są rezultatem zastosowania reguły/reguł (stosowne odwołania w komentarzu) do wiersza bezpośrednio poprzedzającego, dochodzimy do tautologii systemu.

Dowód zwykły nie wprost. Jego schemat wygląda ogólnie tak:

0T $\rightarrow$ 0(*dowodzona teza*)
$\vdots$
$\perp$

tj. z założenia fałszywości tezy dochodzimy do sprzeczności. W przypadku, gdy głównym funktorem dowodzonej tezy jest implikacja (*poprzednik* → *następnik*), prawą stronę pierwszego wiersza w tym schemacie można zastąpić od razu przez:
1(*poprzednik*)/0(*następnik*)[2].

Dowód założeniowy wprost. Skrócony schemat tego typu dowodów ma postać:

H*n* → 1(*pierwsze założenie*)/…/1(*n-te założenie*)
⋮
1(*wniosek*)

gdzie H jest skrótem dla „założenie" (*hipoteza*), *n* jest liczbą przesłanek, a *wniosek* jest dowodzoną formułą.

Dowód założeniowy nie wprost. Schemat tego typu dowodu jest równie prosty:

H*n* → 1(*pierwsze założenie*)/…/1(*n-te założenie*)/0(*wniosek*)
⋮
⊥

tj. z założenia prawdziwości przesłanek dowodzonej tezy i założenia fałszywości następnika (=*wniosku*) dochodzimy do sprzeczności.

Wybrane tezy. Do tez systemu należą:

T1 $\sim\sim p \to p$
Dem.
$0T \to 1{\sim\sim}p/0p$
$\sim\sim p/\sim p$ [D1,D0]
$\perp$

T2 $p \to \sim\sim p$
Dem.
$0T \to 1p/0{\sim\sim}p$
$p/\sim\sim\sim p$ [D1,D0]
$p/\sim p$ [T1]
$\perp$

[2] Formuła α → β, zgodnie z DC, jest równoważna z α[11,01,00]β, tj. jest prawdziwa dla trzech funktorów binarnych (będących elementami tejże listy), a więc jest fałszywa dla czwartego funktora – 10 (który nie jest elementem tej listy).

T3 $\sim(p/\sim p)$
Dem.
$0\mathrm{T} \rightarrow 0\sim(p/\sim p)$
$\sim\sim(p/\sim p)$ [D0]
$p/\sim p$ [T1]
$\perp$

T4 $p0\sim p$
Dem.
$1\mathrm{T} \leftrightarrow 1(p0\sim p)$
$p0\sim p$ [D1]
$\top$

T5 $\sim(1p/0p)$ [T3,D1,D0]

T6 $1p00p$ [T4,D1,D0]

Zachodzi następujące twierdzenie:

Twierdzenie 1. *System* **KRZ** *zawiera się inferencyjnie w* **KRZ***.

W dowodzie tego twierdzenia wystarczy pokazać, że aksjomaty i reguły jednego z aksjomatycznych ujęć **KRZ** są odpowiednio tezami i regułami wtórnymi systemu **KRZ***.
Posłużymy się tu jedną z aksjomatyk (Łukasiewicz) negacyjno-implikacyjnego ujęcia **KRZ**, z regułą odrywania (Borkowski: 89).

A1 $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$
A2 $(\sim p \rightarrow p) \rightarrow p$
A3 $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$

Pokażemy, że ma to istotnie miejsce:

MP $\alpha,\alpha \rightarrow \beta \,/\, \beta$
Der.
(1) α [z]
(2) $\alpha \rightarrow \beta$ [z]
(3) 1α [1,D1]
(4) $\alpha[11,01,00]\beta$ [2,DC]
(5) $\alpha 11\beta$ [3,4xRC,OL]
(6) 1β [5xOF,OK]
(7) β [6,D1]

Regułą wtórną jest tu:

MP1 $1\alpha, 1(\alpha \to \beta) \,/\, 1\beta$ [D1,MP]

T7 $(p \to q) \to ((q \to r) \to (p \to r))$ (=A1)

Dem.

$0\mathrm{T} \to 1(p \to q)/0((q \to r) \to (p \to r))$

$1(p \to q)/1(q \to r)/0(p \to r)$

$1(p \to q)/1(q \to r)/1p/0r$

$1q/1(q \to r)/0r$ [MP1]

$q/(q \to r)/0r$ [D1]

$r/{\sim}r$ [MP,D0]

$\perp$

Był to zwykły dowód nie wprost tej tezy. Dla zilustrowania dowodu typu założeniowego, pokażemy założeniowe dowody tej samej tezy odpowiednio w kolejności: wprost i nie wprost.

Dem.

$\mathrm{H3} \to 1(p \to q)/1(q \to r)/1p$

$1q/1(q \to r)$ [MP1]

$1r$ [MP1]

oraz

Dem.

$\mathrm{H3} \to 1(p \to q)/1(q \to r)/1p/0r$

$1q/1(q \to r)/0r$ [MP1]

$1r/0r$ [MP1]

$r/{\sim}r$ [D1,D0]

$\perp$

T8 $({\sim}p \to p) \to p$ (=A2)

Dem.

$0\mathrm{T} \to 1({\sim}p \to p)/0p$

${\sim}p[11,01,00]p/0p$ [D1,DC]

${\sim}p00p$ [RC]

$0{\sim}p/0p$ [OF]

${\sim}{\sim}p/{\sim}p$ [D0]

$\perp$

T9 $p \to (\sim p \to q)$ (=A3)

Dem.

$0T\!\to\ \ 1p/0(\sim p \to q)$

$1p/1\sim p/0q$

$1p/1\sim p$ [OK]

$p/\sim p$ [D1]

$\perp$

Kończy to dowód tego twierdzenia.

Do tez systemu **KRZ*** należą również (ograniczymy się do skromnego komentarza w dowodach):[3]

T10 $p[11,01,10,00]q$

Dem.

$1T \leftrightarrow\ p11q\mathsf{0}p01q\mathsf{0}p10q\mathsf{0}p00q$

$(1p/1q)\mathsf{0}(0p/1q)\mathsf{0}(1p/0q)\mathsf{0}(0p/0q)$

$(p/q)\mathsf{0}(\sim p/q)\mathsf{0}(p/\sim q)\mathsf{0}(\sim p/\sim q)$

$((p\mathsf{0}\sim p)/q)\mathsf{0}((p\mathsf{0}\sim p)/\sim q)$

$q\mathsf{0}\sim q$

$\top$

T11 pVq [T10,DV]

T12 $(p \to q) \to (\sim q \to \sim p)$

Dem.

$0T\!\to\ \ 1(p \to q)/0(\sim q \to \sim p)$

$1(p \to q)/1\sim q/0\sim p$

$1(p \to q)/0q/1p$

$1q/0q$ [MP1]

$\perp$ [D1,D0]

Oznaczając przez $\overline{\varphi}$ negatywny odpowiednik funktora φ, tj. dla $\varphi=1$ czy $\varphi=0$, mamy odpowiednio: $\overline{\varphi}=0$ i $\overline{\varphi}=1$. Regułami wtórnymi są też (trójczłonowa) *reguła negacji* i *reguła kontrapozycji*:

RN $\sim p\varphi\psi q \ / \ p\overline{\varphi}\psi q$ $\qquad p\varphi\psi\sim q \ / \ p\varphi\overline{\psi}q$ $\qquad \sim p\varphi\psi\sim q \ / \ p\overline{\varphi}\overline{\psi}q$

RK $p\varphi\psi q \ / \ q\psi\varphi p$

---

3 W dowodach wykorzystujemy również fakt, że **KRZ** jest fragmentem tej konstrukcji.

Tezami tego systemu są również:

T13 $p0q \rightarrow p[11,01,10]q$

Dem.

0T→	$1(p0q)/0(p[11,01,10]q)$	
	$(p0q)/{\sim}(p[11,01,10]q)$	[D1,D0]
	$(p0q)/p[00]q$	[T8]
	$(p0q)/{\sim}p/{\sim}q$	[OL,D0]
	$(p0q)/{\sim}(p0q)$	[**KRZ**]
	$\perp$	

T14 $p[11,01,10]q \rightarrow p0q$ [OL,OF,**KRZ**]

T15 $p0q \leftrightarrow p[11,01,10]q$ [T13,T14]

Wszystkie szesnaście funktorów binarnych klasycznego rachunku zdań możemy zdefiniować przy pomocy powyższej *notacji listowej*, przez odwołanie się do naszych czterech funktorów bazowych. Zaproponujemy pewną symbolikę dla czterech nowych funktorów. Aby nie mnożyć symboli, dla funktorów rzadziej używanych przyjmiemy pewną konwencję dla zapisu funktorów będących negatywnymi odpowiednikami funktorów binarnych wcześniej scharakteryzowanych. Będziemy pisali $p\%q$ zamiast ${\sim}(p{\circ}q)$, gdzie $\circ$ jest funktorem wcześniej zdefiniowanym. Zapis taki jest spotykany w klasycznej teorii relacji.

W notacji listowej, negacja funktora binarnego oznaczonego przez listę L jest symbolizowana przez listę będącą dopełnieniem L do listy [11,01,10,00], odnoszącej się do funktora obustronnego verum. I tak np. negacjami implikacji ([11,01,00]) i równoważności ([11,00]) są funktory symbolizowane odpowiednio przez: [10] i [01,10].

Analogicznie jak w teorii relacji, możemy wprowadzić operację *konwersji*, *iloczynu*, *sumy* i *inkluzji* funktorów.

Konwersją funktora binarnego oznaczanego przez listę L jest funktor oznaczony listą powstałą z L poprzez odwrócenie (dwuznakowych) symboli bazowych funktorów binarnych, będących elementami L. Tak więc konwersją implikacji ([11,01,00]) jest odwrotna implikacja ([11,10,00]). Konwersja koniunkcji ([11]) jest również koniunkcją.

Iloczynem dwóch funktorów binarnych oznaczanych listami L i M jest funktor oznaczany przez listę N, będącą przekrojem list L i M. I tak iloczyn implikacji ([11,01,00]) i implikacji odwrotnej ([11,10,00]) jest równoważność ([11,00]).

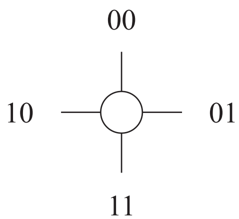
Sumą dwóch funktorów binarnych oznaczanych listami L i M jest funktor oznaczany przez listę N, będącą sumą list L i M. I tak suma implikacji ([11,01,00]) i implikacji odwrotnej ([11,10,00]) jest obustronne verum ([11,01,10,00]).

Z kolei funktor (oznaczany przez listę) *L* zawiera się w funktorze (symbolizowanym przez listę) *M* wtedy i tylko wtedy gdy *L* zawiera się w liście *M*. Zgodnie z tym określeniem inkluzji funktorów, funktory koniunkcji ([11]) i równoważności ([11,00]) zawierają się w funktorze implikacji ([11,01,00]).

Relacje negacji (dopełnienia), iloczynu, sumy i zawierania się list są tu definiowane tak samo, jak w klasycznej algebrze klas[4].

Powiemy, że notacja listowa jest *notacją semantycznie przejrzystą*.

Semantycznie przejrzystą notacją jest również *notacja idiograficzna*, jaką posługiwał się Stanisław Leśniewski w swoim oryginalnym sformułowaniu prototetyki (Leśniewski 1929, Luschei 1962: 289 i n). Symbolika ta opierała się na schemacie:



Schemat ten można czytać na dwa sposoby – standardowy i niestandardowy:

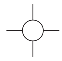
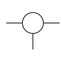
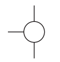
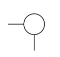
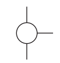
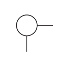
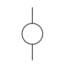
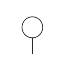
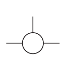
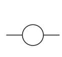
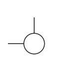
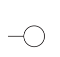
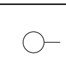
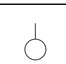
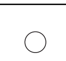
Odczytanie standardowe. Dla *ab*d{11,01,10,00} *a* i *b* znaczą odpowiednio: wartość pierwszego argumentu i wartość drugiego argumentu, gdzie *a*,*b*d{1,0}. 1 symbolizuje prawdę, a 0 – fałsz. Ta interpretacja jest zgodna z intencjami Leśniewskiego.

Odczytanie niestandardowe. Dla *ab*d{11,01,10,00} *ab* jest bazowym funktorem binarnym, zgodnie z konwencją przyjętą w tej pracy.

Zgodnie z tym schematem (przy standardowym odczytaniu), funktor koniunkcji dający zdanie prawdziwe jedynie przy prawdziwych obydwu argumentach jest oznaczany przez a funktor implikacji (tworzący zdanie prawdziwe dla wartości argumentów 11,01 i 00) – przez . Dwuargumentowe funktory klasycznego rachunku przedstawimy w poniższej tabeli. Zestawiamy w niej notację zwykłą (nieco rozszerzoną) z notacją idiograficzną i notacją listową oraz podajemy nazwy tych funktorów[5].

[4] Jest ona ujmowana (standardowo) jako fragment teorii mnogości lub jako fragment rachunku nazw. Intuicje związane z pojęciem listy, bliskie językowi naturalnemu, są przedstawione w: Wojciechowski 2011.

[5] Pokrywają się ono częściowo z nazewnictwem, które proponuje Luschei 1962: 291.

Symbolika			Nazwa funktora
zwykła	idiograficzna	listowa	
V		[11,01,10,00]	*Obustronne verum*
0		[11,01,10]	*Alternatywa*
$\leftarrow$		[11,10,00]	*Odwrotna implikacja*
$\swarrow$		[11,10]	*Afirmacja poprzednika*
$\rightarrow$		[11,01,00]	*Implikacja*
$\searrow$		[11,01]	*Afirmacja następnika*
$\leftrightarrow$		[11,00]	*Równoważność*
/		[11]	*Koniunkcja*
M		[01,10,00]	*Negacja koniunkcji /ekskluzja*
$\overline{\leftrightarrow}$		[01,10]	*Negacja równoważności /dyzjunkcja*
$\overline{\searrow}$		[10,00]	*Negacja następnika*
$\overline{\rightarrow}$		[10]	*Negacja implikacji*
$\overline{\swarrow}$		[01,00]	*Negacja poprzednika*
$\overline{\leftarrow}$		[01]	*Negacja odwrotnej implikacji*
$\forall$		[00]	*Negacja alternatywy*
$\overline{V}$		[]	*Obustronne falsum*

Zachodzi twierdzenie:

Twierdzenie 2. *Jeżeli* $\Box_1$ *i* $\Box_2$ *są funktorami dwuargumentowymi,* $\alpha\Box_1\beta$ *i* $\alpha\Box_2\beta$ *są formułami zdaniowymi oraz* L_1 *i* L_2 *są listowym zapisem odpowiednio funktorów* $\Box_1$ *i* $\Box_2$ *, to* $\alpha\Box_1\beta \rightarrow \alpha\Box_2\beta$ *wtedy i tylko wtedy, gdy* $L_1 \mathfrak{f} L_2$.

Dowód. Przyjmując $L_1=[a_1,\ldots,a_m]$, $L_2=[b_1,\ldots,b_n]$ $(m,n \leq 4)$, takie, że $\alpha[a_1,\ldots,a_m]\beta \rightarrow \alpha[b_1,\ldots,b_n]\beta$, tj. zgodnie z regułami OL i IL, spójniki z listy L_1 są też elementami listy L_2 (lista ta też składa się z funktorów specyficznych), czyli $L_1 \mathfrak{f} L_2$. Dowód w drugą stronę jest jeszcze prostszy: wystarczy zauważyć, że dla $L_1 = [a_1,\ldots,a_m]$, $L_2=[b_1,\ldots,b_n]$, jeśli $L_1 \mathfrak{f} L_2$, to (na mocy reguł OL i IL) $\alpha[a_1,\ldots,a_m]\beta \rightarrow \alpha[b_1,\ldots,b_n]\beta$, a stąd: $\alpha\Box_1\beta \rightarrow \alpha\Box_2\beta$. Kończy to dowód tego twierdzenia.

Rezultaty negacji i konwersji szesnastu funktorów binarnych zestawiamy w poniższej tabeli:

Funktor		Negacja		Konwersja	
	[11,01,10,00]		[]		[11,01,10,00]
	[11,01,10]		[00]		[11,01,10]
	[11,10,00]		[01]		[11,01,00]
	[11,10]		[01,00]		[11,01]
	[11,01,00]		[10]		[11,10,00]
	[11,01]		[10,00]		[11,10]
	[11,00]		[01,10]		[11,00]
	[11]		[01,10,00]		[11]
	[01,10,00]		[11]		[01,10,00]
	[01,10]		[11,00]		[01,10]
	[10,00]		[11,01]		[01,00]
	[10]		[11,01,00]		[01]

Funktor		Negacja		Konwersja	
	[01,00]		[11,10]		[10,00]
	[01]		[11,10,00]		[10]
	[00]		[11,01,10]		[00]
	[]		[11,01,10,00]		[]

Z powyższej tabeli widać, że negacja funktora w notacji idiograficznej jest geometrycznym dopełnieniem symbolu funktora negowanego do symbolu obustronnego verum (kółeczko jest tu niezmiennikiem). Z kolei konwersja funktora jest oznaczana symbolem będącym symetrycznym odbiciem symbolu funktora konwertowanego względem osi pionowej.

Iloczyn dwóch funktorów binarnych jest oznaczany symbolem złożonym z kółeczka i wspólnych kresek. I tak: k = k = i k = .

Suma dwóch funktorów binarnych w tej notacji jest symbolizowana kółeczkiem i kreseczkami występującymi w obu symbolach wyjściowych. Przykładowo: j = i j = .

Dwa funktory tego typu są ze sobą w relacji inkluzji, wtedy gdy wszystkie kreseczki występujące w symbolu pierwszego występują w symbolu drugiego. Dla przykładu: f, f i f.

Bibliografia

Borkowski L. (1970), *Logika formalna*, Warszawa: PWN.

Frege G. (1973), *Schriften zur Logik. Aus dem Nachlaß*, Berlin: Akademie-Verlag.

Leśniewski S. (1929), *Grunzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik*, „Fundamenta Mathematicae", 14, s. 1–81.

Luschei E. (1962), *The Logical Systems of Leśniewski*, Amsterdam: North-Holland.

Wojciechowski E. (2010), *Modalny rachunek nazw*, „Roczniki Filozoficzne" 58, nr 2, s. 237–254.

Wojciechowski E. (2011), *Rachunek nazw z listami*, „Roczniki Filozoficzne" 59, nr 1, s. 35–50.

Streszczenie

Punktem wyjścia jest pewien fragment tekstu, którego autorem jest Gottlob Frege (*Einleitung in die Logik*): „Jeżeli ma się dwa zdania, to są tylko cztery przypadki możliwe: 1) pierwsze jest prawdziwe i tak samo drugie; 2) pierwsze jest prawdziwe, drugie fałszywe; 3) pierwsze jest fałszywe, drugie prawdziwe; 4) obydwa są fałszywe". Proponuje się tu pewną konstrukcję, będącą sformułowaniem klasycznego rachunku zdań, w którym powyższa semantyczna charakterystyka pary zdań jest obecna. Symboliczny zapis tych czterech przypadków dla dowolnej pary zdań jest jej tezą. Używana jest tu notacja listowa. Jest ona porównywana z idiograficzną notacją Leśniewskiego.