Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria
R. 22: 2013, Nr 2 (86), ISSN 1230–1493
DOI: 10.2478/pfns-2013-0038

Piotr Łukowski

Logiczna analiza operacji zdefiniowanych w trzech konstrukcjach Davida Makinsona

Słowa kluczowe: *myślenie, rozumowanie, niemonotoniczność, D. Makinson, przekonania, operacja (relacja) konsekwencji, reguła, wartościowanie, inferencja, logika, logika klasyczna, błąd, ogólność nazw, typ, stereotyp*

Wiarygodność konstrukcji posiadających niemonotoniczny charakter zależy od ich zgodności z definicją niemonotonicznej inferencji. Definicja operacji czy relacji niemonotonicznej jest wręcz jedynym kryterium, którego nie sposób ominąć. Albo kryterium to jest spełnione, albo nie jest. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z niemonotonicznością, w drugim zaś nie może nawet być o niej mowy. Istotne w tej definicji jest to, że określa ona inferencję opisując ją w dwóch krokach. Jeden, pojedynczy krok inferencji uniemożliwia zdiagnozowanie jej jako niemonotonicznej. Dopiero zależność między dwoma krokami wskazuje na ewentualną niemonotoniczność inferencji. O ile spełnienie definicji oznacza niemonotoniczność inferencji, o tyle niespełnienie nic o inferencji nie mówi – ani że jest niemonotoniczna, ani że jest monotoniczna.

Ponieważ niemonotoniczność jest rozumiana jako zaprzeczenie monotoniczności, przypomnijmy najpierw definicję tej drugiej. Inferencja jest *monotoniczna*, jeśli wnioski wynikające ze zbioru przesłanek wynikają z każdego jego nadzbioru. Jeśli więc $Z = \{p_1,..., p_n\}$ jest zbiorem przesłanek, z którego wynika wniosek p, to inferencja ta jest monotoniczna wtedy i tylko wtedy, gdy wniosek p wynika także z dowolnego nadzbioru zbioru Z:

Inferencja $|\!-$ jest monotoniczna *wtw* dla dowolnych p, q, Z
(jeśli $Z \,|\!-\, p$, to $Z \cup \{q\} \,|\!-\, p$).

Zatem *niemonotoniczną* będzie każda taka inferencja, na mocy której z pewnego zbioru Z wynika pewien wniosek p, który jednak nie wynika z pewnego nadzbioru tego zbioru:

Inferencja $|\!-$ jest niemonotoniczna *wtw* dla pewnych p, q, Z, takich, że $q \notin Z$ ($Z \mid\!- p$ i nieprawda, że $Z \cup \{q\} \mid\!- p$).

Niemonotoniczne jest rozumowanie, w którym stosuje się niemonotoniczne inferencje. Oznacza to, że jeśli myślimy niemonotonicznie, to może się zdarzyć, że jakiś wniosek wyprowadzimy z danego zbioru przesłanek, nie mogąc go jednak wyprowadzić z rozszerzenia tego zbioru o pewne konkretne nowe przesłanki.

Jedyna, ale za to poważna trudność w spełnieniu tej definicji, polega na tym, że inferencja jest niemonotoniczna, jeśli czyni zadość dwóm precyzyjnie wyrażonym warunkom. Otóż po pierwsze, aby inferencja była niemonotoniczna, użyty w pierwszym kroku zbiór Z przesłanek musi pozostać w drugim kroku nienaruszony, w tym sensie, że żadna z jego przesłanek nie może zniknąć. W drugim kroku zbiór Z jest jedynie powiększany o nowe przesłanki, jednak przy zachowaniu dokładnie wszystkich (!), które tworzą zbiór Z. Drugim warunkiem jest obowiązywanie w drugim kroku dokładnie wszystkich (!) tych reguł, które obowiązywały w kroku pierwszym. Niespełnienie warunku pierwszego oznaczałoby, że definiens definicji niemonotonicznej inferencji miałby postać:

Dla pewnych p, Z_1, Z_2, takich, że $Z_1 \neq Z_2$ ($Z_1 \mid\!- p$ i nieprawda, że $Z_2 \mid\!- p$).

Niespełnienie zaś warunku drugiego sprowadzałoby definiens do postaci:

Dla pewnych p, q, Z takich, że $q \notin Z$ ($Z \mid\!-_1 p$ i nieprawda, że $Z \cup \{q\} \mid\!-_2 p$).

Żaden z dwóch powyższych definiensów nie określa inferencji niemonotonicznej, a ponadto drugi nie określa nawet jednej inferencji. Sytuacja jeszcze się pogarsza, gdy obie te nieścisłości zachodzą jednocześnie:

Dla pewnych p, q, Z_1, Z_2, takich, że $Z_1 \not\subset Z_2$ i $q \notin Z_1$ ($Z_1 \mid\!-_1 p$ i nieprawda, że $Z_2 \cup \{q\} \mid\!-_2 p$).

Tak więc jedynie zachowanie w drugim kroku w nienaruszonym stanie zarówno zbioru Z, jak i relacji $|\!-$ sprawia, że w ogóle możemy mówić o niemonotoniczności inferencji. Dlatego w zaproponowanych tu rozważaniach niemonotoniczność będzie rozumiana wyłącznie jako określona poprawną postacią definiensa. W przeciwnym razie rozważania te albo dotyczyłyby bliżej nieokreślonej logicznie inferencji, ewentualnie wiązki inferencji, która w logice nie ma nawet swojej nazwy, albo byłyby obarczone jakimś, być może nawet dobrze znanym, błędem logicznym.

1. Motywacje pozaformalne

Zazwyczaj rozważania dotyczące niemonotoniczności są poprzedzane „zwykłymi", a nawet, wydawać by się mogło, banalnymi przykładami mającymi ilustrować nasze codzienne myślenie. Jednak prosta, ale trzymająca się podstawowych standardów logicznych analiza takich ilustracji jest w stanie podważyć ich związek z niemonotonicznością.

W moim artykule *Is human reasoning really nonmonotonic?*[1] została przedstawiona precyzyjna analiza kilku najgłośniejszych i wydaje się, że najważniejszych przykładów, które miałyby świadczyć o niemonotoniczności ludzkiego myślenia. Tutaj – jedynie w dużym skrócie – zostaną przytoczone najważniejsze ustalenia wynikające z tamtych rozważań.

1a. Stawianie diagnoz medycznych

Ulubionym przykładem myślenia niemonotonicznego jest stawianie diagnoz lekarskich[2]. Skoro bowiem dysponując pewnymi informacjami (przesłankami p_1, p_2, p_3), będącymi wynikami przeprowadzonych badań, lekarz orzeka, iż pacjent cierpi na chorobę z_1, a po przeprowadzeniu dodatkowych badań, czyli dysponując informacjami p_1, p_2, p_3, p_4, stawia nową diagnozę z_2 różną od z_1, to najwidoczniej myśli niemonotonicznie. Taka interpretacja jest jednak dla lekarzy krzywdząca, gdyż zakłada, że wyznają oni sprzeczne (!) przekonania. Co gorsza, sprzeczność ta charakteryzowałaby całą medycynę rozumianą jako nauka. Przyjmijmy bowiem, że lekarz, kierujący się przecież wiedzą medyczną, wiedziałby, że o chorobie z_1 świadczą symptomy p_1, p_2, p_3, ale symptomy p_1, p_2, p_3, p_4 wykluczają chorobę z_1. Wówczas wprost z drugiego założenia wynika, że jednak symptomy p_1, p_2, p_3 nie mogą świadczyć o chorobie z_1, bo stanowią niewystarczający zbiór przesłanek. Reasumując, w interpretacji niemonotonicznej symptomy p_1, p_2, p_3 świadczą o chorobie z_1 i zarazem ją wykluczają. Na dodatek ma to być zgodne ze sztuką lekarską i wiedzą medyczną. Tymczasem bardziej naturalna, bo zarazem logiczna i zgodna ze zdrowym rozsądkiem, życzliwa dla lekarzy i wiedzy, jaką posiadają, interpretacja zakła-

[1] Łukowski 2013.

[2] Makinson 2005: 1. Diagnozowanie rozumiane jako przypadek niemonotoniczności w myśleniu rozważa także Ginsberg 1994: 7.

da, że każdy lekarz wie (lub przynajmniej powinien wiedzieć), iż symptomy p_1, p_2, p_3 występują w chorobach $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$, jednak w tych konkretnych warunkach (w danym kontekście, określonym przez płeć, wiek, zawód chorego, choroby jego rodziców i dziadków etc.) najbardziej prawdopodobna jest choroba z_1, którą jednak wyklucza symptom p_4. Symptomy p_1, p_2, p_3, p_4 występują natomiast w chorobach z_2, z_4, z_5, z_6. Nie ma tu mowy o jakiejkolwiek niemonotoniczności w myśleniu. Oczywiście może się zdarzyć, że symptomy p_1, p_2, p_3, p_4 ostatecznie i jednoznacznie wskażą na chorobę z_2, jednak wówczas żadne dodatkowe badania tej diagnozy już nie podważą. Zatem i w tym przypadku niemonotoniczność nie zachodzi.

Diagnozowanie w medycynie nie jest więc przypadkiem niemonotoniczności w rozumowaniu, lecz ilustruje przeprowadzaną etapami *precyzację wnioskowania*. Mając więcej przesłanek, dochodzimy do coraz to precyzyjniejszego wniosku: wiedząc, że prawdą jest $z_2 \vee z_3 \vee ... \vee z_k$, wiemy więcej niż wtedy, gdy wiemy, że prawdą jest $z_1 \vee z_2 \vee z_3 \vee ... \vee z_k$. Rozumowanie tego typu charakteryzuje nie tylko stawianie diagnoz lekarskich, ale i problemy szukania przedmiotów, omijania przeszkód czy różne inne procesy decyzyjne. Dla przykładu, Witold Łukaszewicz rozważa przypadek odpowiadający diagnozowaniu, który zalicza do problemów rozumowań opartych na niepełnych danych[3]. W przykładzie tym muszę spotkać się z Janem. Wiedząc, że Jan ma zwyczaj przebywać w tym czasie w pubie, idę do pubu. Po drodze Paweł informuje mnie, że widział Jana idącego w przeciwnym niż pub kierunku, co unieważnia moje przypuszczenie, że Jan jest w pubie, o którym myślałem. Nietrudno dostrzec, że przykład ten ilustruje problem diagnozowania. Nie wiem, gdzie jest Jan, tak jak nie wiem, na jaką chorobę cierpi pacjent. Wybieram zatem najbardziej prawdopodobne rozwiązania. Zdobywając kolejne dodatkowe informacje, eliminuję konkretne możliwe w danej sytuacji choroby oraz konkretne możliwe w przypadku Jana miejsca jego pobytu.

1b. Spotkanie w pubie

Innym często cytowanym przykładem jest spotkanie w pubie. Aby przyjść na umówioną godzinę do pubu na spotkanie z Janem, Marek powinien o odpowiedniej porze wyjść z domu, w razie niskiej temperatury założyć cieplejszy płaszcz, wezwać taksówkę itp. Jednak po telefonie od Anny, informującym go o wypadku samochodowym Jana, Marek rezygnuje z wyjścia do pubu. Ma to świadczyć o niemonotoniczności myślenia Marka: nowa informacja unieważnia co najmniej jeden z wcześniej wyprowadzonych wniosków. Naturalnie nie ma tu żadnej niemonotoniczności, a jedynie ukryte, lecz bezwzględnie obo-

[3] Łukaszewicz 1990: 78.

wiązujące założenia rozumowania. Przecież obaj, i Jan, i Marek doskonale wiedzą, że do ich spotkania dojdzie pod warunkiem, że nic nie stanie im na przeszkodzie. A potencjalnych zdarzeń czyniących spotkanie niemożliwym jest ogromna ilość: choroba jednego z nich, choroba kogoś bliskiego, wypadek na ulicy, w kuchni, w pracy, pożar w pubie, niepamiętanie o spotkaniu itd. Dlatego wniosek z, orzekający o spotkaniu w pubie, nie wynika jedynie z pewnych konkretnych i wiadomych, zwłaszcza dla Jana i Marka, przesłanek $p_1,...,p_n$, ale z tych wszystkich przesłanek wzmocnionych pewną dodatkową przesłanką q, orzekającą, że nic nie przeszkodzi spotkaniu. Zatem nie jest prawdą $\{p_1,... ,p_n\} \mid\!- z$, lecz $\{p_1,... ,p_n, q\} \mid\!- z$. Skoro więc Marek przestaje dysponować przesłanką q (bo okazuje się ona fałszywa), nie może on wyprowadzić wniosku z. Jak widać, przypadek ten, standardowy dla logiki *defaultów*, nie ma nic wspólnego z niemonotonicznością, choć ilustruje powszechnie stosowany sposób myślenia. Ciekawy, choć typowy w tym kontekście komentarz formułuje David Poole, twierdząc że logika *defaultów* formalizuje przypadki polegające na tym, że w logicznej argumentacji dopuszczamy użycie przesłanki, która nie może być dopuszczona w sytuacji, gdy otrzymujemy nową informację[4]. q jest tą właśnie przesłanką, której nie możemy już użyć po otrzymaniu nowej informacji dostarczonej przez Annę, a mówiącej o wypadku, któremu uległ Jan. Komentarz Poole'a jest o tyle niezwykły, że jawnie pokazuje, iż w pierwszym kroku dysponujemy jakąś przesłanką, która znika w drugim kroku rozumowania. Nie może więc być mowy o tym, że w drugim kroku następuje poszerzenie zbioru przesłanek – a więc nie można tu mówić o niemonotoniczności.

Przykłady mające ilustrować logikę *defaultów* reprezentują pewien rodzaj codziennego myślenia, które nie jest w żadnym razie myśleniem niemonotonicznym. Można patrzeć na nie jak na *myślenie według typowych schematów*, a także jak na *rozumowanie z jawnych i ukrytych przesłanek*, oba mające wiele wspólnego z myśleniem stereotypowym. Kierując się doświadczeniem, zdajemy sobie sprawę, że zdarzenia mogące zniweczyć nasze zamiary są mało prawdopodobne. Dlatego chociaż każde z takich zdarzeń skutecznie zablokowałoby prawdziwość wniosku, wyciągamy wniosek mimo wszystko, zakładając entymematycznie, że żadne z zakłócających zdarzeń nie dojdzie do skutku. Jeśli jednak któreś z nich stałoby się faktem, nie bylibyśmy zaskoczeni tym, że wniosek już nie wynika z przesłanek, lecz raczej tym, że zaszło mało prawdopodobne zdarzenie.

[4] „In nonmonotonic reasoning we want to reach conclusions that we may not reach if we had more information. There seem to be two ways to handle this; we could change logic to be defeasible, or we could allow some premises of the logical argument that may not be allowed when new information is received. Default logic is a formalization of the latter; it provides rules that add premises to logical arguments" (Poole 1994: 189).

1c. Struś Tweety

Jednym z najstarszych przykładów na rzekomą niemonotoniczność naszego myślenia jest przykład strusia Tweety. Wiedząc, że Tweety jest ptakiem, wnioskujemy, że może fruwać. Gdy jednak dowiadujemy się, że jest strusiem, wiemy już, że nie może fruwać. W pierwszym kroku stwierdzamy coś, co musimy odrzucić w drugim kroku. Tymczasem okazuje się, że nie ma tu żadnej niemonotoniczności, lecz błąd logiczny tzw. ogólności.

Błąd ogólności polega na przypisaniu cech przedstawicieli jednego gatunku przedstawicielom innego gatunku, tylko dlatego, że oba reprezentują ten sam rodzaj. W innej postaci, błąd ogólności polega na przypisaniu przedstawicielom danego rodzaju cech typowych dla jednego z gatunków tego rodzaju. Omawiane tu rozumowanie reprezentuje błąd ogólności w drugiej postaci. Istotnie, Tweety'emu jako ptakowi przypisana jest cecha latania, która przysługuje pewnym gatunkom ptaków. Usprawiedliwieniem dla popełnienia tego błędu jest fakt, że latanie faktycznie przysługuje ptakom ogromnej większości gatunków.

Dokładnie ten sam schemat charakteryzuje inny znany w literaturze przykład rozumowania, w którym od założenia, że jakieś zwierzę jest ssakiem, dochodzimy do przekonania, że nie składa ono jaj. Gdy jednak dodamy nową przesłankę, informującą, że rozważanym zwierzęciem jest dziobak, wiemy, że się pomyliliśmy, bo dziobaki to ssaki, które składają jaja.

Przypadek strusia Tweety, ssaka, który nie składa jaj, jak i wiele im podobnych ilustruje banalny błąd, na jaki jesteśmy narażeni zawsze, gdy w myśleniu posługujemy się jakimś typem, nawet wówczas, gdy typ ten jest dominujący. Chociaż rozumowanie, zarówno w przypadku strusia Tweety, jak i ssaka składającego jaja, ilustruje myślenie stereotypowe, to jednak popełniony w nich błąd ogólności ma w każdym z przypadków najprawdopodobniej inną przyczynę. Można przypuszczać, że w pierwszym przypadku jest on efektem niestaranności, w drugim zaś wynika z braku wiedzy. Sytuacje, w których błędne myślenie jest skutkiem luk w wykształceniu lub braku dobrej woli należą do najczęstszych wśród tych, które są uznawane za reprezentujące *myślenie stereotypem*.

Ważne jest, aby odróżnić i oddzielić niemonotoniczność od rozumowań, w których występuje błąd logiczny lub pozalogiczny. W przeciwnym razie każde rozumowanie polegające na wykryciu popełnionego wcześniej błędu i odrzuceniu pochopnie przyjętej konkluzji mogłoby zostać uznane za przypadek niemonotoniczności. Dość drastycznym przykładem ilustrującym, jak popełnienie błędu interpretuje się jako niemonotoniczność, jest przypadek *zaparkowanego przed domem samochodu*.

1d. Samochód zaparkowany przed domem

Idąc do mieszkania Bartka, widzę, że przed blokiem jest zaparkowane jego auto. Dochodzę więc do wniosku, że Bartek jest u siebie w mieszkaniu. Dzwoniąc uporczywie do domofonu, przekonuję się, że jednak jest w domu nieobecny. Najpierw wywnioskowałem t = „Bartek jest w mieszkaniu", później uznałem fałszywość t.

Za coś naturalnego uważa się akceptację implikacji $s \rightarrow t$, gdzie s = „Auto Bartka jest zaparkowane przed jego blokiem". Widząc auto Bartka przed jego domem, uznaję prawdziwość zdania s. Zatem w pierwszym kroku rozumowania dochodzę do wniosku, że Bartek jest w mieszkaniu: wyprowadzam t ze zbioru $\{s \rightarrow t, s\}$. W drugim kroku, który dość trudno nazwać rozumowaniem, gdyż jest raczej prostym stwierdzeniem faktu, dochodzę do przekonania, że t jest jednak zdaniem fałszywym.

Należy zauważyć, że upieranie się przy stwierdzeniu, iż przykład ten ilustruje niemonotoniczność naszego myślenia, wymaga pogwałcenia zasad logiki. Skoro bowiem mamy tu do czynienia z niemonotonicznością, oznacza to, że wszystkie dotychczasowe przesłanki nadal obowiązują. Zatem przy niezmienionym (!) zbiorze przesłanek $\{s \rightarrow t, s\}$ w drugim kroku dochodzimy do zaakceptowania $\neg t$. Wydaje się, że cena za obronę niemonotoniczności jest w tym przypadku szczególnie wygórowana, zwłaszcza dla osoby myślącej racjonalnie: prowadzi przecież do jednoczesnej akceptacji t i $\neg t$. Jeśli ta oczywista tu sprzeczność nie zachodzi, to najwyraźniej dlatego, że z jakichś powodów rezygnujemy z zastosowania reguły Modus Ponens w sytuacji, w której jej zastosowanie jest wręcz oczywiste: mamy przecież zarówno $s \rightarrow t$, jak i s. Ta karkołomna i wątpliwa logicznie interpretacja ma jeden jedyny cel: obronę niemonotonicznej interpretacji tego przypadku.

Tymczasem istnieje proste, bez wątpienia monotoniczne wyjaśnienie tego banalnego przypadku. Implikacją, którą akceptuję, jest $s \rightarrow t'$, gdzie s = „Auto Bartka jest zaparkowane przed jego blokiem" i t' = „Bartek powinien być w mieszkaniu"[5]. Dzwoniąc do domofonu, przekonuję się, że nieprawdziwe jest zdanie t = „Bartek jest w mieszkaniu". Zatem, w tamtej chwili, moje przekonania wyrażone są następującymi zdaniami $s \rightarrow t'$, s, t' oraz $\neg t$, co w skrócie da się wyrazić następująco: „Bartek powinien teraz być w domu, ale go nie ma". Czy jest w tym coś niezwykłego? Oczywiście, że nie. Przecież Bartek może być w pobliskim sklepie, mógł wpaść do sąsiada, wyjść z psem na spacer itd. Czy mamy tu do czynienia z czymkolwiek, co mogłoby się wiązać z myśleniem niemonotonicznym? Co gorsza, niemonotoniczna interpretacja wymaga zwykłej nielogiczności. Jest absurdalna.

---

[5] Oczywiście t' może mieć inne, choć podobne znaczenie.

1e. Podsumowanie przykładów mających ilustrować niemonotoniczność myślenia

Każdy analizowany wyżej przykład mający dowodzić niemonotoniczności naszego myślenia reprezentuje pewien rodzaj rozumowania, z których żaden nie ma nic wspólnego z niemonotonicznością.

Pierwsza grupa, reprezentowana przez dwa przykłady: *stawiania diagnoz medycznych* oraz *spotkania w pubie*, ilustruje myślenie precyzujące, które może być traktowane zarówno jako *myślenie według typowych schematów*, jak i *rozumowanie z jawnych i ukrytych przesłanek*. Oba sposoby myślenia są interesujące i warte analiz logicznych. Dwa inne przykłady: *strusia Tweety* oraz *ssaka składającego jaja*, reprezentują klasę rozumowań opartych na *myśleniu stereotypowym* (tj. myśleniu według typów dominujących). To niezwykle ważne, wymuszone własnościami wyrażeń języka naturalnego myślenie również nie ma nic wspólnego z niemonotonicznością. Wreszcie ostatnia konstrukcja myślowa: *samochodu zaparkowanego przed domem*, ilustruje również typowy sposób nieścisłego myślenia, którego istotą jest prosty, oczywisty błąd. Gdy jednak myślenie to jest interpretowane niemonotonicznie, okazuje się albo prowadzić do oczywistej sprzeczności, albo jest jawną niekonsekwencją.

Różnorodność problemów kryjących się za wymienionymi wyżej typami rozumowań winna stać się impulsem dla interesujących badań nad logiczną stroną ludzkiego myślenia. W tym też sensie uparte traktowanie tych przykładów jako ilustracji niemonotoniczności może ograniczyć postęp na tym polu – może bowiem uniemożliwić dyskusję nad innymi sposobami wyjaśniania sposobów ludzkiego myślenia. Najwyraźniej niemonotoniczność funkcjonuje obecnie jako bardzo pojemny worek dla wszelkich różnorodnych a nieortodoksyjnych z punktu widzenia logiki klasycznej sposobów myślenia. Jeśli więc wydaje się, że w jakimś przypadku nie myślimy klasycznie, to najłatwiej przypuścić, że kryje się za tym niemonotoniczność. Jak widać, do jednego worka są wrzucane wnioskowania, w których wniosek jest alternatywą, przypadki, w których skazani jesteśmy na rezygnację z wypowiadania wszystkich przesłanek, rozumowanie stereotypem, jak również rozumowania obarczone zwykłymi błędami, i to nawet logicznymi. Co gorsza, już sama zwykła rezygnacja z wcześniej akceptowanej konkluzji często uchodzi za objaw niemonotoniczności, tak jakby nie istniały *kontrakcja* czy *rewizja*[6].

Trudno jednoznacznie stwierdzić, że człowiek na pewno nie myśli niemonotonicznie. Jednak wydaje się, że obecnie brakuje wiarygodnych przykładów na to, że myślimy niemonotonicznie. Analizy przeprowadzone w tej części

[6] *Contraction* i *revision* to podstawowe operacje na przekonaniach analizowane w ramach tzw. *belief revision*, zob. np. Alchourrón, Gärdenfors, Makinson 1985.

pracy ujawniają różnorodność sposobów ludzkiego myślenia, które – poza przypadkami myślenia wykorzystującego zwykłe błędy – mają jeden wspólny, mocny i niepodważalny fundament. Jest nim monotoniczność.

2. Konstrukcje formalne Makinsona

Na przestrzeni lat zaproponowano kilka interesujących formalnych propozycji inferencji, mających spełniać definicję niemonotoniczności. Ostatnio, w swojej książce *Od logiki klasycznej do niemonotonicznej*, David Makinson zebrał większość z nich w trzy grupy, dodając dwie własne konstrukcje[7]. Każda konstrukcja należąca do którejś z tych trzech klas jest traktowana jako operacja czy relacja niemonotoniczna. W przypadku każdej klasy operacji, punktem wyjścia jest logika klasyczna, a dokładniej pewne jej niestrukturalne wzmocnienie. Dzięki niestrukturalności, ta pomocnicza logika może być niesprzeczna, będąc zarazem nadklasyczną. Logikę klasyczną Makinson wzmacnia na trzy sposoby, odpowiadające kolejnym klasom operacji/relacji:[8]

1) przyjmując dodatkowe przesłanki, będące „założeniami obowiązującymi w tle wnioskowania”;
2) zmniejszając zbiór wartościowań „uważanych za możliwe do przyjęcia”;
3) dodając nowe reguły wnioskowania.

Każdy z trzech wymienionych rodzajów wzmocnienia logiki klasycznej generuje własną klasę logik nadklasycznych, umożliwiających, zdaniem Makinsona, określenie inferencji niemonotonicznych.

2a. Zastosowanie dodatkowych założeń ukrytych w tle

Punktem wyjścia w metodzie pierwszej jest wzmocnienie logiki klasycznej o zbiór K tych „stałych” przesłanek, które chociaż są używane w inferencji, to jednak np. z powodu ich oczywistości nie są oficjalnie uwzględniane. Gdyby mówić o rozumowaniach, jakie przeprowadzamy każdego dnia, K byłby zbiorem *przesłanek entymematycznych* wyrażających wiedzę ogólną.

Uwzględnienie zbioru K jest podstawą określenia tzw. *konsekwencji założeń osiowych*. Niech L będzie zbiorem wszystkich formuł języka, zaś K ustalonym podzbiorem L. K będzie odgrywał rolę „zbioru założeń ukrytych w tle”, wyrażających nasze przekonania o świecie. Niech $A \subseteq L$, $x \in L$. Wówczas x jest konsekwencją zbioru A *modulo* zbiór założeń K (symbolicznie $A \mid\!\!-_K x$

[7] Makinson 2005.
[8] Makinson 2005: 19.

lub $x \in Cn_K(A)$) wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnego wartościowania v, jeśli $v(K \cup A) = 1$, to $v(x) = 1$.

Zatem, wprost z definicji, *konsekwencja założeń osiowych* Cn_K (*relacja założeń osiowych* $\vdash_K$) daje się wyrazić przy pomocy konsekwencji klasycznej Cn (relacji klasycznej $\vdash$) następująco:

$x \in Cn_K(A)$ wtw $x \in Cn(K \cup A)$;

relacyjnie:

$A \vdash_K x$ wtw $(K \cup A) \vdash x$.

Otrzymana logika jest nadklasyczna ($Cn \leq Cn_K$, $\vdash \subseteq \vdash_K$), gdyż zbiór K nie jest domknięty na podstawianie. Cn_K nie jest więc konsekwencją strukturalną, dzięki czemu, będąc mocniejszą niż klasyczna ($Cn \leq Cn_K$, $\vdash \subseteq \vdash_K$), nie jest konsekwencją sprzeczną, oczywiście jeśli tylko K nie jest zbiorem sprzecznym. Istotnie, nie dla każdego A $Cn(K \cup A)$ jest zbiorem sprzecznym.

Operacja konsekwencji Cn_K (relacja konsekwencji $\vdash_K$) założeń osiowych K jest podstawą zdefiniowania operacji C_K (relacji $|\!\sim_K$) założeń domyślnych:

$C_K(A) = \cap\{Cn(K' \cup A)$: $K' \subseteq K$ oraz K' jest maksymalnie niesprzeczny z $A\}$.

Relacja $|\!\sim_K$ *modulo* zbiór K domyślnych założeń jest określona następująco:

$A\ |\!\sim_K x$ wtw $(K' \cup A) \vdash x$, dla dowolnego $K' \subseteq K$, maksymalnie niesprzecznego z A.

Konsekwencją domyślnych założeń Makinson nazywa zarówno każdą operację, która jest identyczna z pewną operacją C_K, jak również każdą relację identyczną z pewną relacją $|\!\sim_K$. Konsekwencji domyślnych założeń jest tyle, ile możliwych zbiorów K.

Istotę konsekwencji założeń domyślnych Makinson ilustruje przykładem zwanym przez siebie „wstęgą Möbiusa”. Niech $K = \{p \to q, q \to r, r \to \neg p\}$, zaś $A = \{p\}$. Naturalnie $K \cup A$ jest zbiorem sprzecznym. Wszystkimi maksymalnie niesprzecznymi z A podzbiorami K są: $K_1 = \{p \to q, q \to r\}$, $K_2 = \{p \to q, r \to \neg p\}$ oraz $K_3 = \{q \to r, r \to \neg p\}$. Zatem kolejno:

$Cn(K_1 \cup A) = Cn(\{p \to q, q \to r, p\}) = Cn(\{p, q, r\})$,
$Cn(K_2 \cup A) = Cn(\{p \to q, r \to \neg p, p\}) = Cn(\{p, q, \neg r\})$,

$$Cn(K_3 \cup A) = Cn(\{q \rightarrow r, r \rightarrow \neg p, p\}) = Cn(\{p, \neg q, \neg r\}).$$

Ponieważ formuły $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$ oraz $p \wedge (q \vee \neg r)$ są klasycznie równoważne, konsekwencja założeń osiowych $C_K(A) = Cn(\{p \wedge (q \vee \neg r)\})$. Ponadto, $Cn(\{p\}) = Cn(A) \subset C_K(A) = Cn(\{p \wedge (q \vee \neg r)\})$. Istotnie, $q \vee \neg r \in C_K(A)$ i jednocześnie $q \vee \neg r \notin Cn(A)$. Co więcej, z definicji konsekwencji założeń domyślnych wynika, że $C_K(A) = Cn_{K1}(A) \cap Cn_{K2}(A) \cap Cn_{K3}(A)$. Istotnie,

$$C_K(A) = \cap\{Cn_{K'}(A)\colon K' \subseteq K \text{ oraz } K' \text{ jest maksymalnie niesprzeczny z } A\}.$$

Makinson nie ukrywa, że celem konstrukcji konsekwencji założeń domyślnych jest uzyskanie operacji lub relacji niemonotonicznych z dobrze znanego materiału, jakim jest logika klasyczna. Na kolejnym przykładzie Makinson pokazuje, że faktycznie konsekwencja założeń domyślnych nie musi być monotoniczna.

Resetując znaczenia użytych w poprzednim przykładzie symboli, tym razem przyjmijmy, że $K = \{p \rightarrow q, q \rightarrow r\}$. Ponieważ $K \cup \{p\}$ nie jest zbiorem sprzecznym, istnieje więc tylko jeden maksymalnie niesprzeczny z $\{p\}$ podzbiór K i jest nim właśnie K. Zatem $r \in C_K(\{p\})$, gdyż $r \in Cn(K \cup \{p\}) \neq L$. Mimo to $r \notin C_K(\{p, \neg q\})$. Istotnie, $K \cup \{p, \neg q\}$ jest zbiorem sprzecznym. Co więcej, istnieje tylko jeden podzbiór zbioru K maksymalnie niesprzeczny z $\{p, \neg q\}$. Jest nim $K' = \{q \rightarrow r\}$. Nietrudno zauważyć, że $r \notin Cn(\{q \rightarrow r, p, \neg q\})$. Reasumując, $r \in C_K(\{p\})$ i jednocześnie $r \notin C_K(\{p, \neg q\})$, chociaż $\{p\} \subseteq \{p, \neg q\}$.

Mogłoby się wydawać, że cała konstrukcja jest poprawna, a cel osiągnięty. Warto jednak przyjrzeć się definicji operacji C_K, która podobno miała być niemonotoniczna. Otóż dla dowolnych zbiorów formuł $K, A \subseteq L$, $C_K(A)$ jest iloczynem wszystkich tych teorii klasycznej operacji konsekwencji $Cn(K' \cup A)$, dla których $K' \subseteq K$ jest maksymalnie niesprzeczny z A. Może się zatem zdarzyć, że powiększając zbiór A do jakiegoś nadzbioru A' ($A \subset A'$), dla jakiejś formuły $\alpha \in L$ mamy:

$$\alpha \in \cap\{Cn(K' \cup A)\colon K' \subseteq K \text{ oraz } K' \text{ jest maksymalnie niesprzeczny z } A\}$$

i jednocześnie

$$\alpha \notin \cap\{Cn(K'' \cup A')\colon K'' \subseteq K \text{ oraz } K'' \text{ jest maksymalnie niesprzeczny z } A'\}.$$

Ponieważ *Cn* jest operacją monotoniczną, nienależenie α do iloczynu teorii $Cn(K'' \cup A')$ jest możliwe dzięki temu, że rodzina zbiorów $\boldsymbol{K'} = \{K' \subseteq K$: K' jest maksymalnie niesprzeczny z $A\}$ jest różna od rodziny zbiorów $\boldsymbol{K''} = \{K'' \subseteq K$: K'' jest maksymalnie niesprzeczny z $A'\}$:

$\boldsymbol{K'} \neq \boldsymbol{K''}$.

Rodzina ***K"*** zawiera tylko te zbiory należące do ***K'***, które nie są sprzeczne ze zbiorem A'. Każdy zaś zbiór z ***K'***, który jest sprzeczny z A', jest w ***K"*** zastąpiony przez swoje właściwe podzbiory, oczywiście niesprzeczne z A'. Zatem spośród wszystkich zbiorów z ***K'*** przynajmniej jeden nie występuje w ***K"***. A przecież zarówno elementy zbiorów A oraz A', jak również elementy zbiorów rodzin ***K'*** oraz ***K"*** to nic innego jak przesłanki faktycznie wykorzystywane w inferencji. Nie jest więc prawdą, że operacja C_K ma własność niemonotoniczności. Przecież nie jest prawdą, że w jednym kroku jakaś formuła α jest wyprowadzalna ze zbioru przesłanek A, a w innym kroku ta sama formuła α nie jest już wyprowadzalna ze zbioru powstałego z poszerzenia zbioru A. Ponieważ, C_K jest zdefiniowana przy pomocy klasycznej operacji konsekwencji, nie jest możliwe, aby samo poszerzenie zbioru przesłanek zaowocowało zmniejszeniem ilości wniosków inferowalnych z tych przesłanek. Musi więc nastąpić usunięcie niektórych przesłanek. Naturalnie redukcja ta dotyczy jedynie przesłanek, które należą do zbiorów z rodziny ***K'***. Zbiór A to jedyny zbiór, do którego należą przesłanki z pewnością dziedziczone w drugim kroku. Inne przesłanki mogą być usuwane i są usuwane w drugim kroku rozumowania.

Makinson zdaje sobie sprawę z tego faktu i szczerze przyznaje:

> Relacje konsekwencji założeń osiowych $|\!-_K$ są, jak widzieliśmy, wzorcowo monotoniczne. Niemonotoniczność będzie jednak wynikiem tego, że dopuścimy, aby przesłanki ukryte w tle ze zbioru K *zmieniały* się w zależności od przesłanek ze zbioru A. Mówiąc bardziej precyzyjnie, będzie tak, jeśli pozwolimy, aby ta część przesłanek ze zbioru K, której aktualnie używamy, zmieniała się w określony sposób w zależności od przesłanek ze zbioru A. Stanie się tak, jeśli założymy warunek niesprzeczności i dopuścimy zmniejszanie ilości używanych przesłanek z K w przypadku, gdy są one w konflikcie z przesłankami ze zbioru A[9].

Mamy tu wyraźne stwierdzenie, że nie ma mowy o spełnieniu definiensa definicji inferencji niemonotonicznej. Zbiór przesłanek się zmienia w ten sposób, że użycie niektórych przesłanek z K, faktycznie użytych (!) w pierwszym kroku rozumowania, jest zablokowane w kroku drugim.

[9] Makinson 1994: 30–31.

Innymi słowy, użycie tego samego symbolu „C_K" w przypadku inferencji z dwóch różnych zbiorów A oraz B jest mylące. Sugeruje bowiem, że w obu przypadkach użyty zostanie cały zbiór K. Tymczasem tak właśnie nie jest. Dlatego zamiast „$C_K(A)$" oraz „$C_K(A \cup B)$" należałoby pisać „$C_{KA}(A)$" oraz „$C_{KA\cup B}(A \cup B)$". W każdym innym przypadku notacja ta byłaby jak najbardziej uzasadniona, jednak w sytuacji, gdy należy rozstrzygnąć problem ewentualnej niemonotoniczności badanej operacji, notacja ta jest niedopuszczalna, bo umożliwia błędną interpretację. Pozór niemonotoniczności uzyskuje się pisząc: „$\alpha \in C_K(A)$ i $\alpha \notin C_K(A \cup \{\beta\})$, dla pewnych α, $\beta \in L$", który jednak znika, gdy napiszemy: „$\alpha \in C_{KA}(A)$ i $\alpha \notin C_{KA\cup\{\beta\}}(A \cup \{\beta\})$, dla pewnych α, $\beta \in L$". Zbiór K nie jest przecież zbiorem przesłanek faktycznie wykorzystywanych w każdym możliwym kroku rozumowania. Jest on zbiorem, z którego w każdym kroku rozumowania wybiera się wyłącznie „odpowiednie" przesłanki, kierując się dwoma kryteriami. Jedno nakazuje uniknięcie sprzeczności zbioru używanych przesłanek, drugie zaś maksymalne wykorzystanie zbioru K.

Reasumując, konsekwencja domyślnych założeń, zamiast definiensa definicji inferencji niemonotonicznej, spełnia raczej nieciekawy z logicznego punktu widzenia warunek:

Dla pewnych p, A_1, $A_{2,}$ takich, że $A_1 \neq A_{2,}$ ($A_1 \mid\!- p$ i nieprawda, że $A_2 \mid\!- p$),

niemający, oczywiście, nic wspólnego ani z monotonicznością, ani z niemonotonicznością.

2b. Ograniczenie zbioru wartościowań

Druga metoda generowania rzekomo niemonotonicznych operacji czy relacji bazuje na ograniczeniu zbioru V wszystkich wartościowań boole'owskich do jego pewnego podzbioru W. Jak zauważa Makinson, w efekcie otrzymujemy prawie takie same operacje konsekwencji jak te z założeniami w tle.

Tym razem wyróżnienie niektórych spośród wszystkich wartościowań boole'owskich jest podstawą określenia tzw. *konsekwencji wartościowań osiowych*. Niech $W \subseteq V$ będzie zbiorem boole'owskich wartościowań formuł języka, zaś $A \subseteq L$, $x \in L$. Wówczas x jest konsekwencją zbioru A *modulo* zbiór wartościowań W (symbolicznie $A \mid\!-_W x$ lub $x \in Cn_W(A)$) wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnego wartościowania $v \in W$, jeśli $v(A) = 1$, to $v(x) = 1$. Operacja (relacja) konsekwencji jest *konsekwencją wartościowań osiowych* wtedy i tylko wtedy, gdy pokrywa się z pewną operacją Cn_W (relacją $\mid\!-_W$) dla jakiegoś zbioru wartościowań W.

Tak jak w poprzednim przypadku, otrzymana tu logika jest nadklasyczna: ($Cn \leq Cn_K$, $\mid\!-_K \subseteq \mid\!-_K$). Naturalnie Cn_W i $\mid\!-_W$ nie spełniają warunku strukturalności. Jednak w przeciwieństwie do konsekwencji założeń osiowych, konsekwencja wartościowań osiowych nie musi być zwarta. Jest to przyczyną użycia słowa „prawie" w stwierdzeniu, że zastosowanie wartościowań osiowych daje prawie te same operacje czy relacje konsekwencji, co zastosowanie założeń osiowych. Dokładniej, dla dowolnego $K \subseteq L$, $Cn_K = Cn_W$, jeśli $W = \{v \in V\colon v(K) = 1\}$. Zatem każda operacja konsekwencji założeń osiowych jest pewną operacją konsekwencji wartościowań osiowych. Odwrotna zależność nie zachodzi. Jedynie każda zwarta operacja konsekwencji wartościowań osiowych jest pewną operacją konsekwencji założeń osiowych.

Operacja konsekwencji Cn_W (relacja konsekwencji $|\!-_W$) wartościowań osiowych W jest podstawą zdefiniowania operacji C_W (relacji $|\!\sim_W$) wartościowań domyślnych. Konstrukcja ta nie jest jednak prostym powtórzeniem poprzedniej. Jest od tamtej bardziej skomplikowana i pochodzi od Shohama[10]. Spośród wszystkich wartościowań zbioru W istotne będą tylko te, które spełniają wszystkie przesłanki zbioru A i które wśród wszystkich wartościowań spełniających A są elementami minimalnymi w sensie pewnej relacji porządkującej zbiór W. Operacje lub relacje niemonotoniczne są więc określane nie przy pomocy samego zbioru W, lecz tzw. *modelu preferencji*, będącego zbiorem W uporządkowanym przez odpowiednią relację.

Para $\langle W, <\rangle$ jest *modelem preferencji*, jeśli $W \subseteq V$, zaś $<$ jest przeciwzwrotną, przechodnią relacją określoną na W. Formuła x jest *preferowaną konsekwencją* zbioru A (symbolicznie: $A \mathrel{|\!\sim_<} x$) wtedy i tylko wtedy, gdy $v(x) = 1$ dla każdego wartościowania $v \in W$, które jest minimalne wśród wartościowań z W spełniających A. *Konsekwencją preferencji*, zwaną także *konsekwencją wartościowań domyślnych*, jest ta relacja (operacja), która pokrywa się z relacją $|\!\sim_<$ dla jakiegoś modelu preferencji $\langle W, <\rangle$. Niech $|A|_W = \{v \in W\colon v(A) = 1\}$[11], zaś $\min_<|A|_W$ jest zbiorem wszystkich elementów minimalnych w $|A|_W$. Wówczas:

$$A \mathrel{|\!\sim_<} x \text{ wtw } v(x) = 1, \text{ dla każdego } v \in \min_<|A|_W.$$

Zdaniem Makinsona, konsekwencje preferencji są niemonotoniczne. Za Makinsonem przyjmijmy, że język ma jedynie trzy symbole zdań atomowych: p, q, r. Niech ponadto $W = \{v_1, v_2\}$ takie, że $v_1(p) = v_2(p) = 1$, $v_1(q) = 0$, $v_2(q) = 1$, $v_1(r) = 1$, $v_2(r) = 0$. Relacja $<$ porządkuje zbiór W następująco: $v_1 < v_2$. Wówczas $\{p\} \mathrel{|\!\sim_<} r$. Faktycznie, $\{v_1\}$ jest zbiorem wszystkich elementów minimalnych w zbiorze wartościowań spełniających $\{p\}$, ponadto $v_1(r) = 1$. Nie jest jednak prawdą, że $\{p, q\} \mathrel{|\!\sim_<} r$, gdyż $\{v_2\}$ jest zbiorem wszystkich

[10] Shoham 1988.

[11] Naturalnie $v(A) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $v(x) = 1$ dla każdego $x \in A$.

elementów minimalnych w zbiorze wartościowań spełniających $\{p, q\}$, a $v_2(r) = 0$.

Jak widać, mamy tu do czynienia z niemożliwym do zakwestionowania przypadkiem niemonotoniczności. W istocie, z trzech zaproponowanych przez Makinsona konstrukcji jedynie ta faktycznie wydaje się nie być monotoniczna. Problem jest jednak w tym, że konsekwencje preferencji nie definiują żadnej logiki, a więc także i monotonicznej. Mamy tu bowiem do czynienia z tak dalece posuniętą arbitralnością w ustalaniu, które zdania mają wynikać z danego zbioru przekonań, że aż trudno jest sobie wyobrazić, że można byłoby osiągnąć większą swobodę w tej kwestii.

Istotnie, każdy zbiór wartościowań określa pewną konkretną logikę, dość precyzyjnie ustalając jej reguły. Tutaj wybór zbioru W jest zaledwie punktem wyjścia przy ustalaniu metody określania inferencji. Ustalając porządek na zbiorze W, uwalniamy się od logiki zakodowanej tym zbiorem. Wybór relacji porządkującej jest *de facto* ustalaniem hierarchii ważności wartościowań przez wskazanie wartościowań w danych okolicznościach najważniejszych, czyli tych, pod którymi, z pewnego punktu widzenia, nie ma już żadnych innych. Ta arbitralność sprawia, że w zbiorze W pewne wartościowania są ważniejsze od innych. Tylko te „najważniejsze" w danym przypadku wartościowania mogą być wykorzystywane. Dobrze to widać na podanym przez Makinsona powyższym przykładzie. Gdyby wziąć pod uwagę cały zbiór $W = \{v_1, v_2\}$, to nie byłoby prawdą ani $\{p\} \mid\!\sim_W r$, ani $\{p, q\} \mid\!\sim_W r$. Tymczasem zamiast całego zbioru W uwzględnia się jedynie to wartościowanie, które z jakichś arbitralnych względów jest uprzywilejowane – ważniejsze od wszystkich pozostałych. Czynnik pozalogiczny, jakim jest ustalanie hierarchii ważności wartościowań oraz wykorzystanie tylko tych niektórych, wskazanych przez relację porządkującą, wpływa na uzyskiwaną inferencję w sposób zgodny z pragnieniami. Jesteśmy w stanie udowodnić dokładnie to, co tylko chcemy, i to dysponując dowolnym zbiorem A oficjalnie uznanych przesłanek, byleby tylko zbiór A nie był sprzeczny. Jedynie niesprzeczność zbioru A sprawia, że trudno jest tu mówić o niezrealizowanym marzeniu marksistów, czyli o bliżej nierozpoznanej logice dialektycznej, która miała umożliwiać dowodzenie tego, co tylko zostało przez kogoś uznane za słuszne czy potrzebne[12]. Na marginesie należy zauważyć, że bez wątpienia logika dialektyczna powinna być niemonotoniczną.

Można zatem zaryzykować stwierdzenie, że w przypadku konsekwencji wartościowań domyślnych nie tylko nie ma monotoniczności, ale nie ma też żadnej konkretnej logiki. Chcąc wyprowadzić x z jawnego zbioru przesła-

[12] Nawiązanie do marksistowskiej logiki dialektycznej nie jest tu przejawem nawet najmniejszej złośliwości. Uważny czytelnik sam dostrzeże, że druga konstrukcja Makinsona uwalnia nas od „dyktatu" jakiegokolwiek stałego zbioru reguł, co w konsekwencji daje efekt inferencji zgodnej z życzeniami.

nek A, wystarczy wybrać konkretne (np. dwa) wartościowania i odpowiednio je uporządkować. Później, na mocy przyjętej definicji, zostaną wskazane niektóre spośród tych wartościowań (może nawet tylko jedno z nich), przy których x jest prawdziwe i które gwarantują prawdziwość wszystkich przesłanek z A. Czy tu jest jeszcze logika, skoro nie ma ustalonych reguł inferencji? Czy nie prościej stwierdzić zwyczajnie: „uważamy, że x ma wynikać z A, i już”? Czemu ma służyć ta cała aparatura? Czy ukryciu prawdy o arbitralności w uznawaniu inferencji?

2c. Zastosowanie dodatkowych reguł przekształcania zdań

Podstawą trzeciej metody generowania rzekomo niemonotonicznej konsekwencji jest możliwość stosowania dodatkowych *reguł przekształcania zdań*. Każda taka reguła jest uporządkowaną parą zdań $\langle \alpha, x \rangle$. Zatem zbiór reguł jest relacją binarną R określoną na iloczynie kartezjańskim L^2.

Dla dowolnego zbioru zdań $X \subseteq L$ i dowolnego zbioru reguł $R \subseteq L^2$, *obrazem X ze względu na R* jest zbiór zdań $R(X) = \{y\colon \langle x, y \rangle \in R$, dla pewnego $x \in X\}$. Zbiór X jest domknięty ze względu na R, jeśli $R(X) \subseteq X$. Chcąc odwołać się do intuicji, Makinson nazywa zbiór reguł R zbiorem domyślnych „biletów inferencyjnych”, gotowych do „rozpoczęcia podróży” z dowolnego zbioru przesłanek[13]. Dla określenia konsekwencji reguł osiowych stosuje terminy „potencjalny zbiór przesłanek” oraz „potencjalna konkluzja”. Niech więc A będzie potencjalnym zbiorem przesłanek, zaś x potencjalną konkluzją. Wówczas x jest konsekwencją A *modulo* zbiór reguł R (symbolicznie: $A \mid\!-_R x$ lub $x \in Cn_R(A)$) wtedy i tylko wtedy, gdy x jest elementem każdego nadzbioru A, który jest domknięty zarówno na Cn, jak i na R. Zatem:

$$Cn_R(A) = \cap\{X\colon A \subseteq X,\ Cn(X) \subseteq X \text{ oraz } R(X) \subseteq X\}.$$

Dana operacja (relacja) jest *konsekwencją reguł osiowych* wtedy i tylko wtedy, gdy jest identyczna z operacją Cn_R (relacją $\mid\!-_R$) dla pewnego zbioru reguł R. Naturalnie otrzymana w ten sposób logika jest nadklasyczna ($Cn \leq Cn_R$, $\mid\!- \subseteq \mid\!-_K$). Jest też monotoniczna. Co ciekawe, zbiór operacji konsekwencji osiowych założeń jest częścią wspólną zbiorów operacji konsekwencji osiowych wartościowań oraz operacji konsekwencji osiowych reguł.

Podana wyżej postać konsekwencji reguł osiowych nie jest stosowana w konstrukcji odpowiadającej jej niemonotonicznej konsekwencji reguł domyślnych. Makinson posługuje się innym określeniem wyjściowej konsekwencji, bazującym na uporządkowaniu zbioru reguł R. Najpierw zauważa, że:

---

[13] Makinson 2005: 87.

$$Cn_R(A) = \cup\{A_n\!: n < \omega\},\ \text{gdzie } A_0 = Cn(A) \text{ i } A_{n+1} = Cn(A_n \cup R(A_n)),$$

Następnie, indeksując reguły zbioru R liczbami naturalnymi, otrzymuje uporządkowany zbiór reguł $\langle R \rangle = \{\langle a_i, x_i \rangle\!: i < \omega\}$, który z kolei umożliwia indukcyjne zdefiniowanie operacji $Cn_{\langle R \rangle}(A)$:

$$Cn_{\langle R \rangle}(A) = \cup\{A_n\!: n < \omega\},\ \text{gdzie } A_0 = Cn(A) \text{ i } A_{n+1} = Cn(A_n \cup \{x\}),$$

gdzie $\langle a, x \rangle$ jest pierwszą regułą w $\langle R \rangle$ taką, że $a \in A_n$, ale $x \notin A_n$.

W przypadku, gdy nie ma takiej reguły, $A_{n+1} = A_n$.

Zbiory A_n występujące w definicji $Cn_R(A)$ nie są tymi samymi, które definiują $Cn_{\langle R \rangle}(A)$. Mimo to:

$$Cn_R(A) = Cn_{\langle R \rangle}(A).$$

Naturalnie równość ta świadczy o dowolności uporządkowania zbioru $\langle R \rangle$. Bez względu na przyjęty porządek, i tak otrzymamy tę samą konsekwencję reguł osiowych $Cn_R(A)$.

Definicja druga konsekwencji reguł osiowych, bazująca na uporządkowaniu zbioru reguł, ułatwia zdefiniowanie *konsekwencji uporządkowanych reguł domyślnych*, ujawniając także istotę nowo otrzymanej konsekwencji:[14] „podstawową ideą (...) jest kontrolowanie dodawanych singletonów i dopuszczanie stosowania reguł tylko wtedy, gdy nie powodują sprzeczności".

$$C_{\langle R \rangle}(A) = \cup\{A_n\!: n < \omega\},\ \text{gdzie } A_0 = Cn(A) \text{ i } A_{n+1} = Cn(A_n \cup \{x\}),$$

gdzie $\langle a, x \rangle$ jest pierwszą regułą w $\langle R \rangle$ taką, że $a \in A_n$, $x \notin A_n$ i x nie jest sprzeczne z A_n.

W przypadku, gdy nie ma takiej reguły, $A_{n+1} = A_n$.

Stojąca na straży niesprzeczności selekcja określająca, których reguł można użyć, a których użyć nie wolno, sprawia, że w przeciwieństwie do przypadku $Cn_{\langle R \rangle}$, w którym takiej selekcji nie ma, uporządkowanie zbioru R ma wpływ na postać $C_{\langle R \rangle}$.

Zdaniem Makinsona, konsekwencja uporządkowanych reguł domyślnych jest operacją (relacją) niemonotoniczną. Swoją tezę ilustruje on następującym przykładem. Niech $A = \{a\}$, $B = \{a, \neg x\}$, $R = \{\langle a, x \rangle\}$. Wówczas $C_{\langle R \rangle}(A) = Cn(\{a, x\})$ i $C_{\langle R \rangle}(B) = Cn(B) = Cn(\{a, \neg x\})$.

Pod względem niespełniania definicji operacji (relacji) niemonotonicznej konsekwencja uporządkowanych reguł domyślnych przypomina pierwszą, w kolejności omawiania, konsekwencję założeń domyślnych. W zależności od

[14] Makinson 2005: 95.

zbioru przesłanek pewna reguła jest użyta lub pominięta. Można wręcz stwierdzić, że przy pewnym uporządkowaniu zbioru reguł, dla każdego zbioru przesłanek istnieje właściwy dla tego zbioru ciąg reguł. Każdy zbiór przesłanek ma swój własny zbiór reguł. Sytuacja ta nie ma nic wspólnego z niemonotonicznością. Mamy tu raczej wielką mnogość logik, każdorazowo „dobieranych" do zbioru aktualnych przesłanek, czyli do A. Niech $\langle R\rangle A$ oznacza uporządkowany zbiór tych reguł z R, które faktycznie mają zastosowanie w przypadku zbioru przesłanek A. Wówczas zbiorami zdań wynikających ze zbiorów przesłanek A, B, C są odpowiednio: $C_{\langle R\rangle A}(A)$, $C_{\langle R\rangle B}(B)$, $C_{\langle R\rangle C}(C)$. W szczególności warunek, który powinien określać operację niemonotoniczną, ma tu postać:

Dla pewnych p, q, A, takich, że $q \notin A$ ($p \in C_{\langle R\rangle A}(A)$ i $p \notin C_{\langle R\rangle(A\cup\{q\})}(A \cup \{q\})$).

Z pewnością warunek ten nie definiuje niemonotoniczności.

2d. Przyczyna złudzenia niemonotoniczności w konstrukcjach formalnych

We wszystkich trzech omówionych tu konstrukcjach konsekwencje domyślnych założeń, wartościowań i reguł zaledwie sprawiają wrażenie niemonotonicznych. Najbliższą spełnieniu definicji inferencji niemonotonicznej jest konsekwencja wartościowań domyślnych. Jest ona jednak operacją (relacją) zdefiniowaną nie przez jakąś klasę wartościowań, ale przez pewne, niejednokrotnie pojedyncze, arbitralnie wyselekcjonowane wartościowania, które określą inferencję wyprowadzającą pożądane wnioski z danego zbioru przesłanek. W efekcie trudno jest w przypadku tej konsekwencji mówić o tym, że reprezentuje jakąś logikę. Skoro więc nie ma tu logiki, w szczególności nie może być również mowy o jej monotoniczności. Tymczasem brak monotoniczności z definicji oznacza niemonotoniczność. Dlatego właśnie druga konstrukcja Makinsona robi wrażenie niemonotonicznej. Bez wątpienia byłaby taką, gdyby określała logikę, a nie dawała pełną dowolność w ustalaniu, co wynika, a co nie, z danego zbioru zdań.

Inaczej problem niemonotoniczności wygląda w przypadku dwóch pozostałych propozycji. Złudzenie niemonotoniczności jest w nich osiągnięte w bardzo podobny sposób. Polega on na tym, że dany symbol reprezentuje nie jeden obiekt, lecz pewną klasę różnych obiektów. Prosta zamiana takiego symbolu na klasę symboli adekwatną dla oznaczanej klasy obiektów sprawia, że wrażenie niemonotoniczności znika. Zwykła precyzja w posługiwaniu się symbolami pokazuje niespełnienie definicji inferencji niemonotonicznej. W przypadku pierwszej konstrukcji, nazwy „$C_K(A)$", „$C_K(B)$", „$C_K(C)$" sugerują, że oznaczają zbiory zdań wynikających odpowiednio ze zbiorów przesłanek $A \cup K$, $B \cup K$, $C \cup K$. Tak jednak nie jest. W każdym z tych przypadków przesłankami są jedynie niektóre zdania ze zbioru K, za każdym razem dostosowane odpowiednio do zbioru A, B, C. Wystarczy więc, aby notacja odpowiadała faktom, a mylne wrażenie znika. Zwykłe indeksowanie litery „K" nazwą odpowiedniego zbioru (tj. A, B, C) rozwiązuje problem. Zazwyczaj taka korekta notacji nie jest potrzebna, nie jest więc i stosowana. Jednak w sytuacji, gdy chodzi o rozstrzygnięcie kwestii ewentualnej niemonotoniczności operacji C_K, usunięcie tej wieloznaczności staje się konieczne. Nie jest przecież wszystko jedno, czy napiszemy:

$$„\text{dla pewnych } p, q \in L\ (p \in C_K(A) \text{ i } p \notin C_K(A \cup \{q\}))",$$

czy

$$„\text{dla pewnych } p, q \in L\ (p \in C_{KA}(A) \text{ i } p \notin C_{KA\cup\{q\}}(A \cup \{q\}))".$$

Pierwszy zapis wskazuje na niemonotoniczność, podczas gdy drugi ją wyklucza. Zupełnie podobna sytuacja ma miejsce w przypadku trzeciej konstrukcji. Wystarczy użyć nazw „$C_{\langle R\rangle A}$", „$C_{\langle R\rangle B}$", „$C_{\langle R\rangle C}$" w miejsce wspólnej dla nich wszystkich nazwy rodzaju „$C_{\langle R\rangle}$", a wykazanie niemonotoniczności tak określonej operacji (relacji) nie będzie możliwe, bo jak widać, nie ma tutaj jednej operacji, lecz pewna ich wiązka.

Konstrukcje Makinsona mają ogromne znaczenie, gdyż znane od lat jako niemonotoniczne konstrukcje typu *circumscription*, *deafult logic* i inne, są ich szczególnymi przypadkami. Okazuje się jednak, że co najmniej problematyczne jest uznanie, iż na gruncie logiki można w ogóle zdefiniować operację (relację), która czyniłaby zadość trudnemu do spełnienia warunkowi niemonotonicznej inferencji.

3. Podsumowanie

Nawet prosta refleksja nad niemonotonicznością uświadamia, że ten popularny wśród logików fenomen okazuje się nie tylko czymś nieintuicyjnym, lecz również trudnym do formalnego skonstruowania. Przy czym trudność ta ma właśnie logiczne podstawy. Jeden stały zbiór reguł, określający stałą, konkretną inferencję oraz możliwy jedynie do poszerzania zbiór nieusuwalnych przesłanek – oba będąc warunkami koniecznymi dla tego, aby w ogóle móc mówić o niemonotoniczności – sprawiają, że staje się ona niemożliwa do realizacji. Często jako argument broniący istnienia niemonotoniczności stwierdza się, że przecież chodzi tu właśnie o to, że pewne wcześniej dobrze pracujące przesłanki w świetle nowych faktów tracą swoje znaczenie i nie mogą być już używane. Oczywiście takie sytuacje są nagminne i trudno o bardziej życiowy problem dotyczący naszego codziennego myślenia. Dlaczego jednak na określenie tego naturalnego i powszechnego fenomenu używa się nazwy „niemonotoniczność", posiadającej precyzyjną definicję, zupełnie nieodpowiadającą temu zjawisku? Wydaje się, że w praktyce logicznej zwykło się po prostu ignorować definicję niemonotoniczności, nazywając niemonotonicznością każde rozumowanie, które w którymś z kolejnych kroków odrzuca wcześniej wyprowadzone wnioski.

Tymczasem rzeczywistość logiczna jest nieubłagana. Załóżmy bowiem, że spośród przesłanek $p_1,..., p_n$ zbioru Z do wyprowadzenia p zostały wykorzystane przesłanki p_2, p_3, p_5. Naturalnie p_2, p_3, p_5 należą również do zbioru $Z \cup \{q\}$, czymkolwiek by q było. Co więc stoi na przeszkodzie, aby powtórzyć dokładnie to samo rozumowanie w przypadku rozszerzonego zbioru $Z \cup \{q\}$ i ponownie z przesłanek p_2, p_3, p_5 wyprowadzić p? Oczywiście nic. Jednak zwolennicy niemonotoniczności twierdzą, że tą przeszkodą jest właśnie nowa przesłanka q, która „unieważnia" przynajmniej jedną z przesłanek wykorzystanych do wyprowadzenia p. Taka wykładnia niemonotoniczności pozostaje w jawnej sprzeczności z definicją niemonotoniczności. Jest tu bowiem wyraźne przyznanie, że p nie można wyprowadzić ze zbioru $Z \cup \{q\}$, gdyż nowa przesłanka q uniemożliwia skorzystanie z którejś z przesłanek p_2, p_3, p_5. Załóżmy, że p_2 jest tą „zablokowaną" (unieważnioną) przez q przesłanką. Nie mogąc jej użyć, faktycznie nie można ze zbioru $Z \cup \{q\}$ wyprowadzić p. W wyjaśnieniu tym tkwi jednak zasadniczy błąd. Jest nim stwierdzenie, że w nowej sytuacji p nie wynika ze zbioru $Z \cup \{q\}$. Tymczasem prawdą jest, że wniosek p nie wynika ze zbioru $(Z - \{p_2\}) \cup \{q\}$. Fakt ten nie jest skutkiem żadnej niemonotoniczności myślenia, gdyż zbiór $(Z - \{p_2\}) \cup \{q\}$ nie jest nadzbiorem zbioru Z. Nie jest przecież prawdą, że $Z \subseteq (Z - \{p_2\}) \cup \{q\}$, jeśli tylko $p_2 \in Z$. Stosowane jest również inne, choć podobne wytłumaczenie. Otóż zablokowaną przez nową informację przesłanką jest taka, która dotychczas nie była jawnie wypowiedziana, chociaż dla wyciągnięcia wniosku była niezbędna. Ale i tu mamy zaprzeczenie niemonotoniczności. Skoro bowiem jakaś przesłanka jest niezbędna do wyciągnięcia danego wniosku, to nie ma znaczenia, czy ją jawnie wypowiemy, czy potraktujemy jako entymemat – i tak będzie tą używaną we wnioskowaniu przesłanką, która w kolejnym kroku rozumowania zostaje odrzucona. Przesłanka, z której rezygnujemy w kolejnym kroku rozumowania, może mieć postać implikacji $p_1 \to p_2$. Wówczas zmieniamy zbiór akceptowanych związków wynikania, a przez to zmieniamy zbiór stosowanych przez nas reguł. W pierwszym kroku, mając p_1, mieliśmy p_2, teraz, w drugim kroku tego samego procesu rozumowania, nie mamy p_2 nawet wtedy, gdy mamy p_1. Oczywiście zmiana zbioru przesłanek, także tych w postaci implikacji, może być osiągnięta poprzez zmianę wartościowań.

Analiza wybranych tu konstrukcji, zarówno formalnych, jak i nieformalnych, pokazuje, że istniejące rzekomo przypadki niemonotoniczności nierozerwalnie wiążą się ze zmianą przesłanek lub zmianą reguł. Oznacza to jednak, że *de facto* nie są to przypadki niemonotoniczności, gdyż nie spełniają jednoznacznej, precyzyjnej jej definicji.

Podobnie poważne nieporozumienie dotyczy przykładów mających ilustrować rzekomą niemonotoniczność naszego myślenia. Dodajmy, że przykłady te są bardzo życiowe i ciekawe (może poza trywialnym przypadkiem „samochodu zaparkowanego przed domem") i jako takie powinny zostać właściwie zdyskontowane, ale w sposób poważny i zgodny z warsztatem logicznym. Tkwi w nich duży potencjał, mający moc inspirującą dla logików interesujących się formalizacją sposobów ludzkiego myślenia. Ich wartość polega na tym, że ilustrują faktycznie różnorodne sposoby myślenia potocznego. Dlatego formalizacja tych przypadków, która uwzględniałaby ich odrębność, byłaby niezwykle cenna. Z podobnych powodów, niezwykłą wartość mają dyskutowane wyżej konstrukcje Makinsona. Gdy odrzuci się spłaszczającą wszystko perspektywę niemonotoniczności, ukazują się one w pełnej krasie, pokazując różnorodność zakodowanych w nich schematów myślenia codziennego. Monotoniczna analiza trzech propozycji Makinsona uświadomiłaby natychmiast, jak bliskie naszemu myśleniu są wszystkie trzy schematy. Przygotowana przeze mnie z Patrycją Maciaszek kolejna praca *Kognitywna interpretacja operacji zdefiniowanych w trzech konstrukcjach Davida Makinsona* jest jedną z możliwych nowych interpretacji. Oferuje ona spojrzenie na dzieło Makinsona z pozycji kognitywistyki oraz psychologii poznawczej[15].

Bibliografia

Alchourrón C., Gärdenfors P., Makinson D. (1985), *On the Logic of Theory Change: Contraction Functions and Their Associated Revision Functions*, „Theoria" 48, s. 14–37.

Ginsberg Matthew L. (1994), *AI and Nonmonotonic Reasoning*, w: *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, Vol. 3, ed. by Dov M. Gabbay, C.J. Hogger, J.A. Robinson, Oxford: Clarendon Press, s. 1–33.

Łukaszewicz Witold (1990), *Non-monotonic Reasoning: Formalization of Commonsense Reasoning*, Ellis Horwood.

Łukowski Piotr (2013), *Is Human Reasoning Really Nonmonotonic?*, „Logic and Logical Philosophy" 22, 1, s. 63–73.

[15] Praca ta ukaże się w następnym numerze „Przeglądu Filozoficznego"

Poole David (1994), *Default Logic*, w: *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, Vol. 3, ed. by Dov M. Gabbay, C.J. Hogger and J.A. Robinson, Oxford: Clarendon Press, s. 189–215.
Makinson David (1994), *General Patterns in Nonmonotonic Reasoning*, w: *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, Vol. 3, ed. by Dov M. Gabbay, C.J. Hogger, J.A. Robinson, Oxford: Clarendon Press, s. 35–110.
Makinson David (2005), *Bridges from Classical to Nonmonotonic Logic*, London: King's College Publications [*Od logiki klasycznej do niemonotonicznej*, przeł. Tomasz Jarmużek, Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń 2008].
Shomam Yoav (1988), *Reasoning About Change*, Cambridge, USA: MIT Press.

Streszczenie

Niemonotoniczność jest tematem doskonale w logice znanym i cieszącym się niesłabnącą popularnością. Wydaje się też dobrze ugruntowana teoretycznie. Po długim czasie, jaki upłynął od ukazania się w latach 70. pierwszych publikacji traktujących ten temat formalnie[16], niemonotoniczność jest uważana za fenomen nie tylko charakteryzujący nasze myślenie i w tym też sensie realnie istniejący, lecz także powszechny. Opinia ta nie jest jednak dalej zgłębiana, a problem nie jest weryfikowany. Podejście do tego poważnego logicznego zagadnienia bazuje na szeregu „życiowych" przykładów, których rzekoma niemonotoniczność jest oczywista: przecież „ludzie myślą niemonotonicznie, od kiedy w ogóle są ludźmi"[17]. Okazuje się, że wielokrotnie za rozumowania niemonotoniczne uznaje się takie, w których w jakimś momencie następuje odrzucenie wniosku wyprowadzonego w kroku poprzednim. Tymczasem samo odrzucenie wcześniej wyprowadzonego wniosku nie może być uważane za przejaw niemonotoniczności. Byłby to bowiem poważny logiczny błąd. Błędów w podobnie nietrafny sposób interpretujących rozumowania jest jednak znacznie więcej. Nawet ważne i niezwykle interesujące trzy konstrukcje Davida Makinsona są rozumiane w sposób, który uniemożliwia docenienie ich prawdziwej wartości. Są bowiem traktowane jako definiujące operacje (czy relacje) niemonotoniczne[18]. Konstrukcje te zasługują jednak na właściwą ocenę, pokazującą, że perspektywa niemonotoniczności nie tylko je spłyca, ale również utrudnia formalizację tych technik, którymi posługuje się człowiek w procesie myślenia.

[16] Ginsberg 1994.

[17] „Of course, humans have been reasoning nonmonotonically for as long as they have been reasoning at all" (Makinson 1994: 36).

[18] Makinson 2005.