Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria
R. 27: 2018, Nr 3 (107), ISSN 1230–1493
DOI: 10.24425/pfns.2018.125460

Anna Wójtowicz

Jak tworzy się dobre formalizacje?

Słowa kluczowe: *formalizacja, ontologia sytuacji, krata sytuacji elementarnych, wymiar logiczny, stan rzeczy*

1. Wstęp

Profesor Bogusław Wolniewicz był niezwykle charyzmatycznym wykładowcą. Wie o tym każdy, kto miał okazję być na prowadzonych przez niego zajęciach. Profesor umiał oczarować słuchacza za pomocą odpowiedniej modulacji głosu, za pomocą gestu czy prostego rysunku, który pojawiał się w kluczowym momencie na tablicy.

Kiedy czytamy artykuły Profesora, siłą rzeczy te elementy nie występują. Ich miejsce zajmują jednak inne – równie ważne. Tekst można bowiem wielokrotnie przeczytać i w spokoju przemyśleć. Docenić każdy jego szczegół.

W moim przekonaniu Profesor był nie tylko charyzmatycznym wykładowcą, ale również – co jest dużo trudniejsze – pisał „charyzmatyczne" prace. Są one bardzo dobrze skonstruowane i stanowią idealny przykład na to, że problemy trudne można przedstawić prosto i elegancko. Studiując *Rzeczy i fakty* (Wolniewicz 1968), *Ontologię sytuacji* (Wolniewicz 1985) czy artykuł *Hedonizm i obowiązek* (Wolniewicz 2016) mam poczucie, że ich Autor nie tylko wyłożył jasno swoją koncepcję, ale użył wszystkich i tylko tych słów, których użyć należało.

Nie podejmuję się oczywiście przeanalizować – w całej ogólności – na czym ten fenomen polega. Wskażę tylko na jeden jego aspekt, który przynajmniej w niektórych dziedzinach jest bardzo istotny. Według mnie tym, co powoduje, że teksty Profesora Wolniewicza robią na czytelniku takie wrażenie, jest jego **niezwykła umiejętność dokonywania dobrych formalizacji**.

Przez formalizację rozumiem w tym kontekście przekład określonego zbioru przekonań, wyrażonych w jednym języku, na zbiór zdań innego języka. Relacja między językiem przekładanym a tym, na który został dokonany przekład, jest taka, że pierwszy jest dużo bogatszy (ma bogatszy słownik), ale drugi jest za to bardziej precyzyjny. Ta precyzja wiąże się z tym, że język przekładu zawiera wyrażenia o ustalonym i uniwersalnym znaczeniu – stałe logiczne. Stanowią one swego rodzaju szkielet, na którym – za pomocą aksjomatów – rozpina się siatkę pojęciową, pozwalającą zdać sprawę z tego, co głosiły pierwotne, intuicyjne przekonania. To dzięki takiemu przekładowi można w sposób jednoznaczny, prosty i elegancki przedstawić daną koncepcję.

Na dobrą formalizację składają się w związku z tym dwie rzeczy:

1) Wybór właściwego języka, na jaki zostanie dokonany przekład. Dzięki temu formalizacja może być skutecznie przeprowadzona.
2) Podanie odpowiednich aksjomatów, definiujących znaczenie terminów pozalogicznych, istotnych ze względu na interesującą nas problematykę. To rozstrzyga o adekwatności danej formalizacji.

W dalszym ciągu pokażę – na przykładzie języka ontologii sytuacji i pojęcia wymiaru logicznego – jak doskonale dokonywał formalizacji Profesor Wolniewicz.

2. Język ontologii sytuacji

Celem, który przyświecał pracom Profesora Wolniewicza z zakresu metafizyki, była formalizacja ontologii zawartej w *Traktacie* Ludwika Wittgensteina. Jest to ontologia faktów, która z kolei „rozdwaja się” (por. Wolniewicz 2016, s. 20) na dwie ontologie: ontologię sytuacji i ontologię przedmiotów. To, co je łączy – to relacja, która zachodzi między sytuacjami a przedmiotami. Przedmiot jest jakoś uwikłany w sytuację – „jak osobnik ludzki w awanturę” (Wolniewicz 2016, s. 18). Język właściwie wybrany do formalizacji ontologii faktów powinien pozwalać nam mówić precyzyjnie o sytuacjach i przedmiotach, ale jednocześnie nie rozstrzygać na poziomie syntaktycznym, jaka relacja między nimi zachodzi. Dążymy więc do uzyskania specyficznej równowagi – między złożonością zastosowanego narzędzia a jego neutralnością ze względu na interesującą nas klasę zagadnień. Zanim powiemy, jak poradził sobie z tym problemem Profesor, zobaczmy krótko, jakie rozwiązania występują w literaturze przedmiotu (na ten temat por. Wójtowicz 2007).

Roman Suszko (1989), Ryszard Wójcicki (1994), Michael Pendlebury (1986) i Jacek Paśniczek (2005) formalizują pojęcie sytuacji w języku drugiego rzędu, utożsamiając sytuację z $<R^{m}, x_1, ..., x_{m}>$, gdzie R^{m} jest *m*-argumentową relacją, a $x_1, ..., x_{m}$ – indywiduami.

John Perry i Jon Barwise (por. np. Perry 1996; Barwise, Perry 1981) rozwijają ten sam pomysł i utożsamiają sytuację z $<R^m, x_1, ..., x_m, t>$, gdzie R^m jest m-argumentową relacją, $x_1, ..., x_m$ – indywiduami, a t przyjmuje wartość 0 lub 1 i jest tzw. polaryzacją sytuacji, co można interpretować jako ustalenie, czy jest ona pozytywna czy negatywna.

Z kolei Andrzej Biłat i Witold Marciszewski zapisują sytuacje jako zbiory struktur $<R^m, x_1, ..., x_m>$, gdzie R^m jest m-argumentową relacją, a $x_1, ..., x_m$ – indywiduami (por. np. Marciszewski 1987, s. 254; Biłat 1995, s. XVIII–XXI), lub $\{<\{y: R^m, y, x_2, ..., x_m\}, z_1>,...,<\{y: R^m, x_1, ..., x_m, y\}, z_m>$, gdzie R^m jest m-argumentową relacją, a $z_1, ..., z_m, y, x_1, ..., x_m$ – indywiduami (por. Biłat 2004, s. 205–206), co ma odpowiadać analizie tematyczno-rematycznej zdania, którego ta sytuacja jest korelatem.

Cechą wspólną tych podejść jest to, że problem kryterium identyczności sytuacji i związek między sytuacjami a przedmiotami jest rozwiązany już na poziomie wyboru języka, w którym ontologia faktów ma być formalizowana. Jest to konsekwencją tego, że pojęciu sytuacji został przyporządkowany pewien obiekt teoriomnogościowy (uporządkowana n-tka), a jednocześnie w języku (zawierającym teorię mnogości) mamy zadane jednoznacznie warunki identyczności takich obiektów. Widać to dobrze w najprostszej z wymienionych formalizacji. Gdy zapytamy, kiedy sytuacja $<R^m, x_1, ..., x_m>$ i sytuacja $<S^k, y_1, ..., y_k>$ są identyczne, to odpowiedzi na to pytanie udziela nam niejako sama definicja n-tki uporządkowanej:

$$<R^m, x_1, ..., x_m> = <S^k, y_1, ..., y_k> \text{ zawsze i tylko, gdy } R^m = S^k,\ m = k \text{ i } x_i = y_i, \text{ dla } i \in \{1, ..., m\}.$$

Podobnie, jeśli spytamy, jakie przedmioty są uwikłane w sytuację $<R^m, x_1, ..., x_m>$, nie pozostaje nam nic innego niż wskazać $x_1, ..., x_m$. (Przy pozostałych z wymienionych wyżej formalizacji zasadniczo sprawy wyglądają tak samo – warunki identyczności sytuacji są tylko nieco bardziej rozbudowane).

Profesor Wolniewicz podchodzi do tego problemu zupełnie inaczej.

Po pierwsze stwierdza, że opozycja przedmiot-sytuacja jest jedną z trzech wielkich opozycji ontologicznych. W konsekwencji uznaje, że analiza tej opozycji jest na tyle nietrywialna, że jej szczegóły nie mogą być przesądzone przez sam wybór języka, w którym następuje formalizacja.

Po drugie uważa, że opozycji tej nie można rozpatrywać lokalnie, ale jedynie w zestawieniu z inną wielką opozycją ontologiczną: opozycją całość-część (Wolniewicz 2016, s. 30). Opozycja ta jest w szczególności zdefiniowana na zbiorze przedmiotów (bo jeden przedmiot może być częścią innego). Aby mówić o relacjach między sytuacjami i przedmiotami, należy więc najpierw zdefiniować dwie inne podstawowe struktury – odpowiadające ontologii sytuacji i ontologii przedmiotów. Profesor oznacza je odpowiednio przez (SE, $\leq$) i (U, Cz). Krótko przypomnijmy ich własności.

SE jest zbiorem sytuacji elementarnych, a $\leq$ jest relacją określoną na tym zbiorze. Wyrażenie $x \leq y$ czytamy: „sytuacja elementarna x zachodzi w sytuacji elementarnej y". (SE, $\leq$) jest ograniczoną półkratą górną.

U jest zbiorem przedmiotów, a Cz relacją określoną na tym zbiorze. Wyrażenie Cz(a, b) czytamy: „przedmiot a jest częścią przedmiotu b". Struktura (U, Cz) jest częściowym porządkiem.

Mówiąc o opozycji sytuacja-przedmiot powinniśmy – według Profesora Wolniewicza – jakoś się do tych przeplatających się struktur odwoływać.

Elementy (SE, $\leq$) i (U, Cz) „spina" (Wolniewicz 2016, s. 20) relacja występowania W, którą należy zdefiniować aksjomatycznie i uzależnić od aksjomatyk struktur wyjściowych. W dalszym ciągu wyrażenie W(a, x) będziemy czytać: „przedmiot a występuje w sytuacji x". Charakterystyka aksjomatyczna ma taką zaletę, że aksjomaty możemy wzmacniać lub osłabiać, dodawać nowe lub z niektórych rezygnować. Dzięki temu mamy dużą elastyczność w ustalaniu znaczenia interesującego nas pojęcia (taką metodę stosował Profesor wielokrotnie, formalizując w ten sposób np. takie pojęcia jak obowiązek i powinność – por. np. Wolniewicz 2016, s. 68).

Propozycja Profesora Wolniewicza charakterystyki relacji W – oparta o odpowiednie tezy *Traktatu* – składa się z czterech aksjomatów i jest następująca:

(Aks. 1) $\forall a \in \mathrm{U}\ \exists x \in \mathrm{SE}\ \mathrm{W}(a, x)$.

(Aks. 2) $\forall x \in \mathrm{SE}\ (x \neq \mathrm{o} \Rightarrow \exists a \in \mathrm{U}\ \mathrm{W}(a, x))$.

Aksjomaty te określają zależności między uniwersami struktur wyjściowych i mówią odpowiednio, że każdy przedmiot występuje w jakiejś sytuacji i każda sytuacja (niepusta) zawiera jakiś przedmiot.

(Aks. 3) $\mathrm{W}(a, x) \Rightarrow \forall y \in \mathrm{SE}\ (x \leq y \Rightarrow \mathrm{W}(a, y))$.

Zgodnie z tym aksjomatem przedmiot występujący w danej sytuacji występuje również we wszystkich sytuacjach od niej większych (w sensie porządku $\leq$). Jest to więc pewnego rodzaju monotoniczność relacji W względem relacji $\leq$. Konsekwencją tego aksjomatu jest w szczególności to, że w sytuacjach maksymalnych niesprzecznych, które można utożsamiać ze światami możliwymi (por. dalej), występują wszystkie przedmioty. Jest to zgodne z tezą Wittgensteina, że przedmioty stanowią niezmienną substancję świata (2.021: „Przedmioty stanowią substancję świata"; 2.0271: „Przedmiot jest tym, co stałe i trwałe" – por. Wittgenstein 2000).

Przy tej okazji Profesor Wolniewicz zauważa, że „dualna” monotoniczność (relacji W względem relacji Cz), która wyrażona byłaby formułą:

$$(*)\quad \mathrm{W}(a, x) \Rightarrow \forall b \in \mathrm{U}\ (\mathrm{Cz}(b, a) \Rightarrow \mathrm{W}(b, x)),$$

nie jest czymś, co chcielibyśmy bezwarunkowo przyjąć. Oczywiście w niektórych przypadkach, jeśli przedmiot występuje w danej sytuacji, to również każda jego część w niej występuje (np. jeśli Jan znajduje się w pokoju, to każda część Jana znajduje się w pokoju), ale nie zawsze tak być musi (np. jeśli Jan myśli, to nie każda część Jana myśli). Pokazuje to jednak, że sama idea, aby rozważać wzajemną monotoniczność relacji W i Cz, jest ciekawa. Można np. wyróżnić specjalną podklasę sytuacji, w jakich może znajdować się określony przedmiot, względem których relacja Cz byłaby monotoniczna (zapewne należałoby nazwać je sytuacjami mereologicznie domkniętymi).

$$(\text{Aks. } 4)\qquad \forall x\ (\mathrm{W}(a, x) \Leftrightarrow \mathrm{W}(b, x)) \Rightarrow a = b.$$

Ponieważ implikacja odwrotna:

$$(**)\quad a = b \Rightarrow \forall x\ (\mathrm{W}(a, x) \Leftrightarrow \mathrm{W}(b, x))$$

zachodzi na mocy zasady ekstensjonalności, aksjomat (Aks. 4) stwierdza, że warunkiem koniecznym i dostatecznym identyczności dwóch przedmiotów jest to, że występują one w tych samych sytuacjach. A więc każdemu przedmiotowi w sposób jednoznaczny odpowiada zbiór sytuacji, w których on występuje.

Profesor Wolniewicz stawia pytanie, czy zachodzi zależność symetryczna, tzn. czy sytuacja jest jednoznacznie wyznaczona przez występujące w niej przedmioty? Pisze w tej sprawie tak:

> Czy dwie [różne – A.W.] sytuacje mogą mieć tę samą zawartość substancjalną? Wydawałoby się, że tak: te same przedmioty – jak figury w szachach – mogą się różnie skonfigurować. Jednakże może być też inaczej: gdy te same przedmioty różnie się konfigurują, muszą w tym zawsze uczestniczyć jeszcze jakieś inne, które w jednej konfiguracji tamtych występują, a w drugiej nie (Wolniewicz 2016, s. 22).

Możliwość stawiania takich pytań pokazuje dobitnie, że wybór takiej formalizacji pojęcia sytuacji jest właściwy i przewyższa inne, występujące w literaturze przedmiotu. Język przekładu jest bowiem z jednej strony na tyle bogaty, że pozwala mówić o wszystkich interesujących nas cechach sytuacji, a z drugiej – pozostaje neutralny ze względu na rozstrzyganie pytań, które na temat sytuacji (i ich związku z przedmiotami) możemy formułować.

3. Pojęcie wymiaru logicznego

Jak powiedzieliśmy wcześniej, o zbiorze sytuacji elementarnych SE Profesor Wolniewicz zakłada, że jest on pewnego rodzaju kratą. Wybór takiego a nie innego sposobu formalizacji pojęcia sytuacji komentuje następująco:

> Precyzując jednak i rozbudowując owe niejasne intuicje [dotyczące pojęcia sytuacji – A.W.], popychani byliśmy – wbrew własnej chęci i woli, a siłą samej natury przedmiotu – coraz bardziej ku algebrze abstrakcyjnej, a zwłaszcza ku teorii krat (Wolniewicz 1985, s. 17).

Nie chcąc zmęczyć czytelnika szczegółami technicznymi (które z punktu widzenia dalszych rozważań nie mają istotnego znaczenia), powiedzmy jedynie, że struktura ta ma własności zdefiniowane za pomocą odpowiednich aksjomatów, charakteryzujących relację $\leq$ określoną na zbiorze SE (we wszystkich poniższych stwierdzeniach, kiedy mowa o obiektach najmniejszych, największych, minimalnych czy maksymalnych, to jest to odwołanie do porządku ustalonego przez relację $\leq$):

1) Istnieje sytuacja najmniejsza, pusta (będziemy ją oznaczać przez o) i sytuacja największa, sprzeczna (będziemy ją oznaczać przez λ). Ograniczają one zbiór SE odpowiednio z dołu i z góry.
2) Krata sytuacji jest zupełna – tzn. dla dowolnego zbioru sytuacji z SE zawsze istnieje ich połączenie – tzn. najmniejsza sytuacja, w której wszystkie zachodzą.
3) Dla dowolnych dwóch sytuacji istnieje największa sytuacja, która w nich zachodzi.
4) Dla każdej sytuacji istnieje sytuacja z nią komplementarna. Dwie sytuacje są komplementarne, jeśli najmniejszą sytuacją, w której obie zachodzą, jest sytuacja sprzeczna, a największą sytuacją, która zachodzi w nich obu, jest sytuacja pusta.
5) Istnieją sytuacje atomowe – tzn. minimalne, niepodzielne fragmenty rzeczywistości, które są składnikami wszystkich innych sytuacji. Jeśli dwie sytuacje są różne, to zawsze można wskazać sytuację atomową, która w jednej z nich zachodzi, a w drugiej nie. W dalszym ciągu zbiór sytuacji atomowych będziemy oznaczać przez SA.
6) Istnieją maksymalne sytuacje możliwe (czyli sytuacje niezawierające sprzeczności) – są to światy możliwe. Zbiór wszystkich tak rozumianych światów będziemy oznaczać przez SP. Wśród nich wyróżniony jest świat rzeczywisty, a wszystkie zachodzące w nim sytuacje (z wyjątkiem o) są faktami.
7) Każde dwie różne sytuacje są rozdzielone jakimś światem możliwym, tzn. zawsze istnieje taki świat, w którym jedna zachodzi, a druga nie.

Innymi słowy, na pytanie, czym jest sytuacja elementarna, Profesor Wolniewicz odpowiada podając szereg aksjomatów, które są jej definicjami uwikłanymi. Sytuacja to dowolny obiekt, który jest elementem struktury o podanych wyżej własnościach. Własności te pozwalają również wyróżnić pewne szczególne sytuacje: sytuację najmniejszą (czyli o), sytuację największą (czyli λ), sytuację atomową (od której mniejsza jest tylko o) i sytuację maksymalną niesprzeczną, czyli świat możliwy (od której większa jest tylko λ). Wszędzie dalej, gdy będziemy mówili o kracie (SE, $\leq$), będziemy mieli na myśli kratę spełniającą powyższe warunki.

To jednak jeszcze nie koniec. Ostatnie dwa aksjomaty, które formułuje Profesor (Wolniewicz 1985, s. 27 i 28), oznaczane jako formuły 1.10 i 1.11, są moim zdaniem kluczowe dla oryginalności całej koncepcji. W sposób najbardziej oszczędny i elegancki rozstrzygają, że przedstawiona struktura rzeczywiście jest tym, o co nam chodzi – jest formalizacją ontologii sytuacji z *Traktatu* Wittgensteina.

Aby łatwiej zrozumieć ich istotę, zdefiniujmy najpierw relację wzajemnej niezgodności między sytuacjami (będziemy ją dalej oznaczać przez $\perp$).

Definicja 1
Dla dowolnych sytuacji $x, y \in$ SE:
$\perp(x, y)$ zawsze i tylko wtedy, gdy najmniejsza sytuacja, w której obie zachodzą, to sytuacja niemożliwa, tzn. λ.

Innymi słowy, sytuacje niezgodne nie zachodzą jednocześnie w żadnym świecie możliwym. Z własności (5) kraty sytuacji wiemy, że jeśli sytuacje są niezgodne, to dlatego, że zachodzą w nich jakieś niezgodne sytuacje atomowe. Można więc powiedzieć, że kwestia niezgodności zostaje przesądzona już na najniższym piętrze kraty – w zbiorze SA sytuacji atomowych. Powstaje naturalne pytanie: jakie własności ma relacja niezgodności $\perp$ na zbiorze SA? Na pewno jest symetryczna i przeciwzwrotna (bo żadna sytuacja nie jest niezgodna sama ze sobą). Ale czy jest przechodnia? Tę właśnie kwestię pozytywnie rozstrzyga następny aksjomat. Mówi on, że jeśli dwie sytuacje atomowe są niezgodne z jakąś trzecią, to są niezgodne między sobą:

$$\text{(Aks. 1.10)} \quad \forall x, y, z \in \text{SA } [(\perp(x, y) \wedge \perp(y, z)) \Rightarrow \perp(x, z)].$$

Jak się za chwile okaże – będzie to miało bardzo znaczące konsekwencje. Dzięki temu aksjomatowi możliwe jest bowiem zdefiniowanie na zbiorze sytuacji atomowych SA następującej relacji równoważności ~:

Definicja 2
Dla dowolnych $x, y \in$ SA:
$x \sim y$ zawsze i tylko wtedy, gdy $\perp(x, y)$ lub $x = y$.

Relacja ~ jest w sposób oczywisty zwrotna (bo $x = x$) i symetryczna (bo zarówno relacja ⊥, jak i relacja identyczności są symetryczne) – a dzięki aksjomatowi (1.10) jest również przechodnia (bo relacja ⊥ i relacja identyczności są przechodnie).

Skoro jednak relacja ~ jest relacją równoważności, to generuje na zbiorze SA klasy abstrakcji. Są to zbiory takich sytuacji atomowych, które są wzajemnie ze sobą niezgodne. Te klasy abstrakcji to właśnie zapowiadane w tytule rozdziału **wymiary logiczne**. Ich zbiór oznaczać będziemy dalej przez D.

Definicja 3
Niech dana będzie krata (SE, ≤), wyróżniony w niej zbiór SA i określona na nim relacja ~.
Rodzinę zbiorów sytuacji atomowych D nazywamy zbiorem wymiarów logicznych zawsze i tylko wtedy, gdy D = SA/~.

Zbiór wymiarów logicznych jest więc strukturą ilorazową zdefiniowaną na zbiorze sytuacji atomowych za pomocą relacji ~. (Przypomnijmy, że SA/~ = $\{|x|_{\sim}: x \in \text{SA}\}$, gdzie $|x|_{\sim}$ to zbiór wszystkich sytuacji atomowych, które są niezgodne z daną sytuacją x, czyli wyznaczona przez dany element klasa abstrakcji.)

Wymiary to zbiory sytuacji atomowych, które intuicyjnie możemy utożsamiać z parametrami światów możliwych. Każdy świat możliwy zawiera bowiem dokładnie po jednej sytuacji z każdego wymiaru.

Aby wprowadzone w definicjach 1, 2 i 3 pojęcia stały się jaśniejsze – rozważmy prosty przykład

Przykład
Załóżmy, że w naszym świecie występują tylko dwa przedmioty A i B, i każdy z nich może być scharakteryzowany pod względem dwóch typów własności: koloru i wielkości. Przy czym kolory mamy dwa: Zielony i Fioletowy (w skrócie: Z, F), a wielkości trzy: Wielki, Średni i Mały (w skrócie: W, Ś, M).

Mamy w związku z tym następujące sytuacje atomowe:

SA= {Z(A), Z(B), F(A), F(B), W(A), W(B), Ś(A), Ś(B), M(A), M(B)}.

Załóżmy, że możliwa jest każda kombinacja wielkości przedmiotu z jego kolorem, a jednocześnie żaden przedmiot nie może mieć dwóch różnych kolorów i dwóch różnych wielkości.

Oznacza to, że relacja niezgodności zachodzi na przykład między następującymi sytuacjami:

$\perp$(Z(A), F(A))

czy

$\perp$(W(B), Ś(B)).

A to z kolei – zgodnie z definicją 2 – implikuje, że:

Z(A) ~ F(A), W(B) ~ Ś(B),

ale także, że:

Z(A) ~ Z(A), W(B) ~ W(B).

Jak widać, każdy wymiar składa się z dwóch lub trzech sytuacji atomowych:

Kolor_A = {Z(A), F(A)}, Kolor_B = {Z(B), F(B)}, Wielkość_A = {D(A), Ś(A), M(A)}, Wielkość_B = {D(B), Ś(B), M(B)}.

Zbiór wymiarów D jest więc w takiej kracie sytuacji czteroelementowy, bo mamy cztery klasy abstrakcji wyznaczone przez relację ~:

D = {Kolor_A, Kolor_B, Wielkość_A, Wielkość_B}.

Wynika stąd, że mamy 36 możliwych światów (czyli tyle, ile elementów ma iloczyn kartezjański wszystkich wymiarów: 2 × 2 × 3 × 3). Tyle jest bowiem wszystkich możliwych kombinacji wielkości i kolorów przedmiotów A i B.

Ogólnie, mając zdefiniowaną rodzinę wymiarów D możemy zadać pytanie o jej liczność, tzn. o to, na ile klas abstrakcji relacja ~ dzieli zbiór SA. Dodatkowo, może nas interesować, jak liczne są poszczególne klasy abstrakcji. Odpowiedzi na te pytania zamkniemy w pojęciu sygnatury kraty (SE, $\leq$), uogólniając nieco definicję wprowadzoną w pracy Marcina Łazarza (Łazarz 2009, s. 36):

Definicja 4

Niech dana będzie krata (SE, $\leq$) i zbiór wymiarów tej kraty $D = \{D_i\}_{i \in N}$.
Sygnaturą kraty (SE, $\leq$) nazywamy ciąg $\{card(D_i)\}_{i \in N}$,
gdzie przez $card(D_i)$ oznaczamy moc zbioru D_i, N jest zbiorem liczb naturalnych, i dla dowolnych $i, j \in N$, jeśli $i \leq j$, to $card(D_i) \leq card(D_j)$.

Ujmując sprawę mniej formalnie – sygnatura kraty mówi nam po pierwsze, ile w kracie jest wymiarów, a następnie, po kolei (zaczynając od wymiarów najmniej licznych) – ile w każdym wymiarze jest sytuacji atomowych.

W naszym przykładzie sygnatura kraty generowanej przez wyliczone sytuacje atomowe to po prostu ciąg <2, 2, 3, 3>.

Wśród istotnych konsekwencji aksjomatu 1.10 (a więc istotnych konsekwencji wprowadzenia pojęcia wymiaru logicznego) warto wymienić następujące:

I. Jeśli istnieją przynajmniej dwie sytuacje elementarne właściwe (czyli sytuacje różne od o i λ), to mamy przynajmniej 2 wymiary (Wolniewicz 1985, s. 34).
II. Każdy wymiar jest przynajmniej dwuelementowy (Wolniewicz 1985, s. 35).
III. Jeśli istnieją sytuacje elementarne właściwe, to rodzina wymiarów jest ortogonalna, tzn. dla dowolnych dwóch elementów z różnych wymiarów istnieje świat możliwy, w którym oba te elementy jednocześnie zachodzą (Wolniewicz 1985, s. 35).
IV. W każdym świecie możliwym zachodzi dokładnie jedna sytuacja atomowa z każdego wymiaru (Wolniewicz 1985, s. 34).
V. Liczba wymiarów i liczba elementów w każdym wymiarze wyznacza jednoznacznie liczbę światów możliwych.
VI. Pojęcie wymiaru pozwala zdefiniować pojęcie stanu rzeczy (Wolniewicz 1985, s. 37).
VII. Jeżeli dwie kraty sytuacji elementarnych mają taką samą sygnaturę, to są izomorficzne (Łazarz 2007, s. 37).

Z punktu widzenia adekwatności formalizacji zaproponowanej przez Profesora Wolniewicza na szczególną uwagę zasługują konsekwencje (V) i (VII). Omówimy je po kolei.

Zbiór stanów rzeczy jest charakteryzowany w *Traktacie* jako zbiór sytuacji prostych i wzajemnie niezależnych (2.061: „Stany rzeczy są od siebie niezależne"; 2.062: „Z zachodzenia lub niezachodzenia jednego stanu rzeczy nie można nic wnosić o zachodzeniu lub niezachodzeniu drugiego" – por. Wittgenstein 2000). Oczywiście zbiór SA sytuacji atomowych nie ma takiej własności – sytuacje atomowe mogą być ze sobą wzajemnie niezgodne, a więc nie są niezależne. Mając pojęcie wymiaru logicznego, możemy jednak taki zbiór (oznaczany dalej przez SA^+) prosto zdefiniować.

Definicja 5
Niech dana będzie krata (SE, $\leq$) i rodzina wymiarów logicznych tej kraty $D = \{D_i\}_{i \in N}$. SA^+ to dowolny zbiór taki, że:

i) $\forall x_i \in SA^+ \ \exists! D_i \in D \ x_i \in D_i$ [1].
ii) $\forall x_i \in SA^+ \ \exists y \in SP \ [x_i \leq y \wedge \forall x_j \in SA^+ \ (x_i \neq x_j \Rightarrow \sim(x_j \leq y)]$.
iii) $\forall x_i \in SA^+ \ \exists y \in SP \ [\sim(x_i \leq y) \wedge \forall x_j \in SA^+ \ (x_i \neq x_j \Rightarrow (x_j \leq y)]$.

Zgodnie z tą definicją, zbiorem stanów rzeczy jest zbiór, który z każdego wymiaru bierze dokładnie jeden element[2]. Musi on dodatkowo składać się z takich sytuacji atomowych, które są od siebie niezależne nie tylko parami, ale również w tym sensie, że każda z nich może zachodzić w pewnym świecie możliwym, w którym nie zachodzi żadna z pozostałych (warunek ii) i odwrotnie – nie zachodzić w pewnym świecie możliwym, w którym zachodzą wszystkie pozostałe (warunek iii). Oczywiście takich różnych zbiorów może być bardzo dużo i trudno któryś z nich niearbitralnie wyróżnić. Tym można w szczególności tłumaczyć to, że w *Traktacie* nie jest nigdzie podany konkretny przykład zdania elementarnego, czyli takiego, które odnosi się do stanu rzeczy (4.21: „Najprostsze zdanie – zdanie elementarne – stwierdza zachodzenie pewnego stanu rzeczy" – por. Wittgenstein 2000). Wymagałoby to bowiem wskazania jednego – wśród wielu możliwych – zbioru SA^+. W naszym prostym przykładzie kandydatem na zbiór stanów rzeczy SA^+ (jednym z 36 do wyboru) jest np. zbiór {Z(A), Z(B), Ś(A), M(B)}.

Konsekwencja (VII) pokazuje, jak istotne jest pojęcie wymiaru również z ontologicznego punktu widzenia. Wiedząc, ile i jakie są wymiary logiczne danej kraty, wiemy o niej w zasadzie wszystko. Izomorficzność dwóch struktur oznacza bowiem, że mają one dokładnie tyle samo elementów i elementy te są uporządkowane dokładnie w taki sam sposób. Jedyne, co może różnić kraty izomorficzne, to jakieś wewnętrzne cechy elementów, z których są one zbudowane. Cechy te nie wpływają jednak w żaden sposób na relacje zachodzące między innymi elementami danej kraty i są w związku z tym z naszego punktu widzenia zupełnie nieważne. Struktury izomorficzne najczęściej traktuje się jako nieodróżnialne, a więc można powiedzieć, że sygnatura kraty jest jej identyfikatorem.

Ostatni, jedenasty aksjomat ontologii sytuacji sformułowany przez Profesora Wolniewicza jest następujący:

---

[1] $\exists! D_i$ odczytujemy standardowo jako: „istnieje dokładnie jedno D_i".

[2] Ciekawe jest to, że chociaż definicja jest prosta i intuicyjna, to do jej poprawności konieczne jest przyjęcie tzw. pewnika wyboru (AC).

(Aks. 1.11) Liczba wymiarów jest skończona tj. card(D) = n, dla pewnego $n \in$ N.

Jest to aksjomat bardzo mocny, istotnie zmniejszający klasę wszystkich możliwych krat, które bierzemy pod uwagę jako egzemplifikacje struktury (SE, $\leq$). Profesor Wolniewicz pisze o nim tak:

> Aksjomat [ten – A.W.] stanowi arbitralne uproszczenie, którego celem jest po prostu zmniejszenie powikłań czysto matematycznych, do jakich prowadzi ontologia sytuacji. Filozoficznie jest on, rzecz jasna, wielce wątpliwy. Można by jednak wysunąć na jego korzyść argument, że semantyczna komplikacja jakiegokolwiek ludzkiego języka nie może być nigdy nieskończona. A skoro tak, to liczba jego wymiarów logicznych mogłaby być właśnie miarą owej komplikacji (Wolniewicz 1985, s. 28).

W moim przekonaniu argument podany przez Profesora jest bardzo przekonujący. Pamiętajmy o tym, że ontologia sytuacji ma być semantyką dla języka, i w związku z tym jej złożoność powinna być właśnie do jego złożoności dopasowana. Wbrew pozorom aksjomat ten nie nakłada na nasz język jakiegoś bardzo mocnego ograniczenia. Nie wyklucza on bowiem tego, że poszczególne wymiary będą nieskończone. Możemy w związku z tym formułować zdania dotyczące różnych mierzalnych cech przedmiotów, takich jak masa, długość itp., i ustalać je z dużą dokładnością (zdań typu: „Masa przedmiotu A wynosi m" może być w języku nieskończenie wiele). Aksjomat ten implikuje jedynie, że nie może być nieskończenie wiele typów takich (skończonych bądź nie) wymiarów. Takie ograniczenie jest zupełnie naturalne.

Podsumowując: aksjomat (Aks. 1.10) ustala, że relacja niezgodności między sytuacjami atomowymi jest przechodnia. Jest to minimalne założenie, które pozwala zdefiniować na zbiorze SA relację równoważności ~. Dzięki temu możemy wyznaczyć klasy abstrakcji, nazywane wymiarami logicznymi. Za pomocą wymiarów logicznych definiujemy kluczowe dla ontologii sytuacji pojęcie stanu rzeczy (i sprzężone z nim pojęcie zdania elementarnego). Informacja o tym, ile w danej kracie (SE, $\leq$) jest wymiarów logicznych i ile każdy z nich ma elementów (czyli informacja na temat sygnatury), w sposób jednoznaczny charakteryzuje daną kratę. Przyjęcie (Aks. 1.11), zgodnie z którym wymiarów logicznych jest skończenie wiele, stanowi uzasadnione uproszczenie całej konstrukcji. W efekcie otrzymujemy adekwatną i bardzo elegancką formalizację ontologii sytuacji zawartej w *Traktacie* Wittgensteina.

4. Zakończenie

Profesor Wolniewicz był mistrzem formalizacji. Dokonywał trudnej sztuki przekładu niejasnych tez filozoficznych na język logiki. Robił to w taki sposób, że czytając jego prace mamy wrażenie lekkości, prostoty i elegancji. Budowane przez niego systemy są finezyjne w tym sensie, że aksjomaty mają walor oczywistości i gotowi jesteśmy je uznać, a jednocześnie dowodzone za ich pomocą tezy posiadają głębię i są dla czytelnika często intelektualnie zaskakujące.

Dla mnie osobiście na zawsze pozostanie tajemnicą, jak Profesor wpadł na pomysł, że wystarczy przyjąć przechodniość relacji niezgodności na zbiorze SA, aby na tej podstawie zdefiniować kluczowe dla ontologii *Traktatu* pojęcia... Też chciałabym tak umieć.

Bibliografia

Barwise J. (1989), *Situation in Logic*, CSLI Lecture Notes, 17, Stanford, CSLI Publications.

Barwise J., Perry J. (1981), *Semantic Innocence and Uncompromising Situations*, „Midwest Studies in Philosophy of Language", VI (1981), s. 401–413.

Biłat A. (1995), *Prawda i stany rzeczy*, Wydawnictwo UMCS, Lublin.

Biłat A. (2004), *Ontologiczna interpretacja logiki*, Wydawnictwo UMCS, Lublin.

Łazarz M. (2007), *Kraty sytuacji elementarnych*, Uniwersytet Jagielloński (rozprawa doktorska).

Marciszewski W. (1987), *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*, PWN, Warszawa.

Paśniczek J. (2005), *O logice uprawdziwiaczy*, „Filozofia Nauki", nr 2, s. 103–111.

Pendlebury M. (1986), *Facts as Truthmakers*, „Monist", vol. 60, s. 177–188.

Perry J. (1996), *Evading the Slingshot*, w: A. Clark (red.), *Philosophy and Cognitive Science*, The Netherlands, s. 95–114.

Suszko R. (1998), *Ontologia w „Traktacie" L. Wittgensteina*, w: R. Suszko, *Wybór pism*, Warszawa.

Wittgenstein L. (2000), *Tractatus logico-philosophicus,* PWN, Warszawa.

Wolniewicz B. (1968), *Rzeczy i fakty*, PWN, Warszawa.

Wolniewicz B. (1985), *Ontologia sytuacji*, PWN, Warszawa.

Wolniewicz B. (2016), *Filozofia i wartości IV*, Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa.

Wójcicki R. (1994), *Semantyka sytuacyjna logiki niefregowskiej*, w: J. Pelc (red.), *Znaczenie i prawda. Rozprawy semiotyczne*, Warszawa, s. 261–283.

Wójtowicz A. (2007), *Znaczenie zdań a znaczenie nazw. W obronie ontologii sytuacji*, Semper, Warszawa.

Streszczenie

Formalizacja danego zbioru przekonań wyrażonych w pewnym języku polega na przekładzie ich na zdania innego języka. Dobra formalizacja charakteryzuje się tym, że język przekładu jest dobrany właściwie, a przełożone zdania oddają wiernie sens zdań oryginalnych. Na przykładzie ontologii sytuacji pokazuję, jak doskonale rozwiązywał problem formalizacji Profesor Bogusław Wolniewicz.